

Unit 3 Caregiver Support

Unit Overview + Narrative Connections

Unit Overview + Narrative Connections

In this unit, students will write, graph, and interpret linear functions, piecewise functions, absolute value functions, and the inverses of functions. They will make connections between sound and functions as they “play” mathematical functions, consider the similarities of reading music and interpreting the graph of a function, explore how functions can model pieces of sound, and how functions and inverses can shift acoustics to amplified sound.

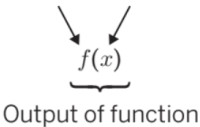
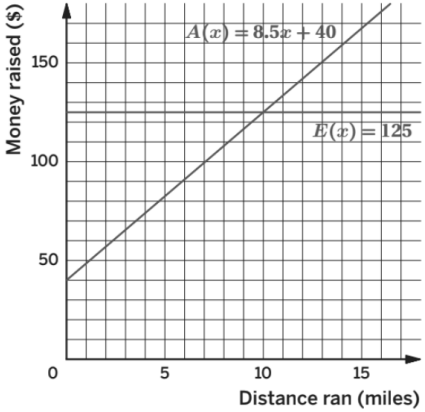
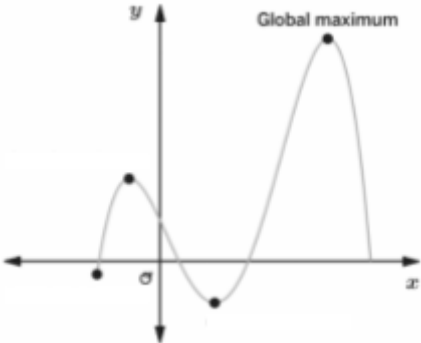
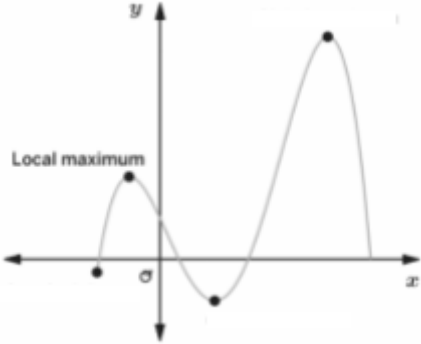


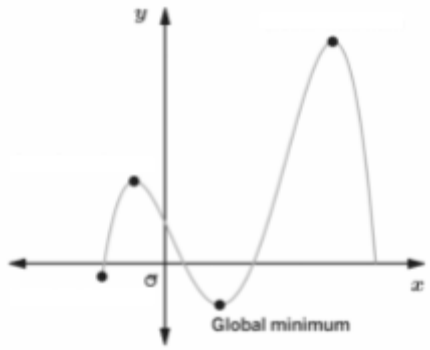
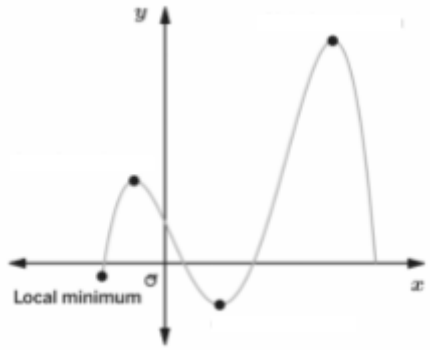
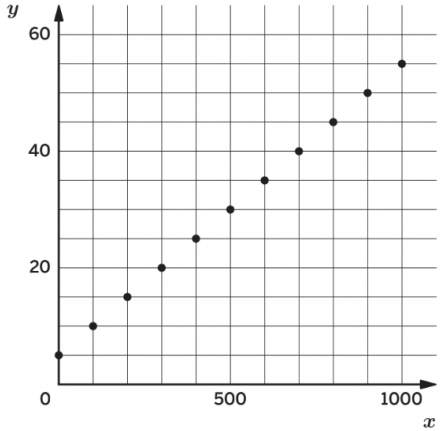
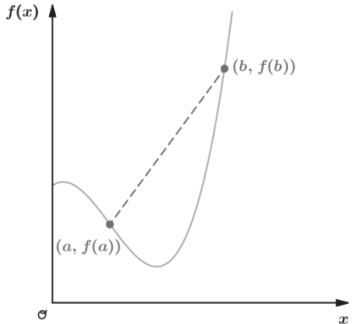
Prior Learning	Current Learning	Future Learning
<ul style="list-style-type: none"> • Tables, equations, and graphs of a function • Inputs and outputs of a function • Rate of change • Slope 	<ul style="list-style-type: none"> • Function notation • Domain and range • Average rates of change • Key features of functions • Linear functions • Piecewise-defined functions • Inverses of functions 	<ul style="list-style-type: none"> • Exponential functions • Quadratic functions • Polynomial, rational, logarithmic, square root, and trigonometric functions

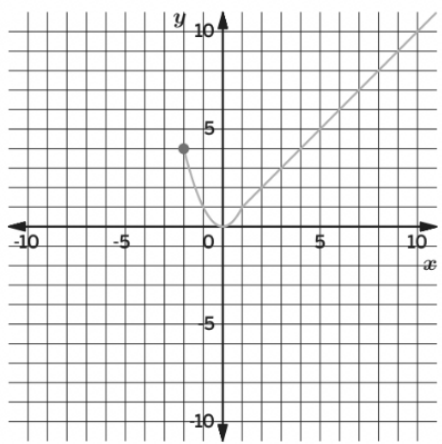
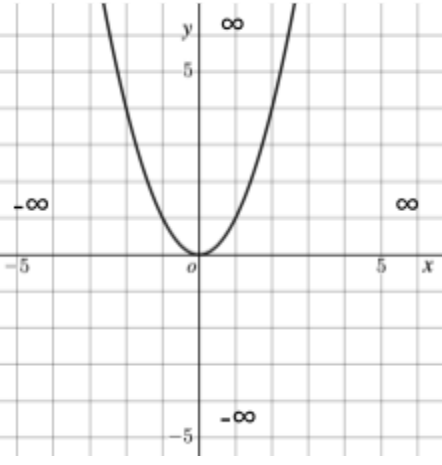
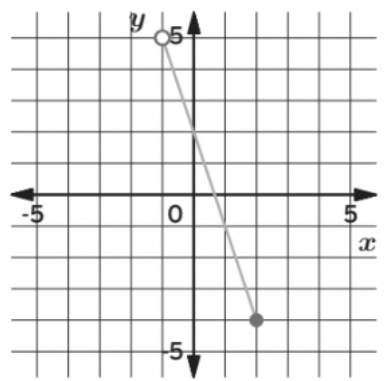
Key Ideas

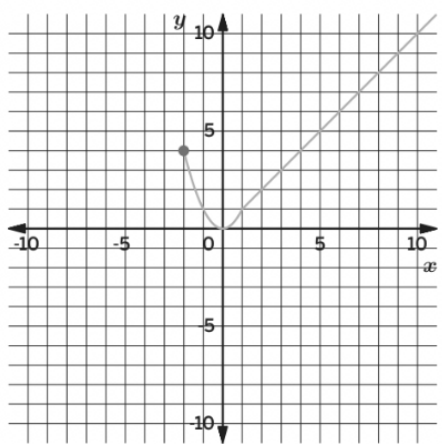
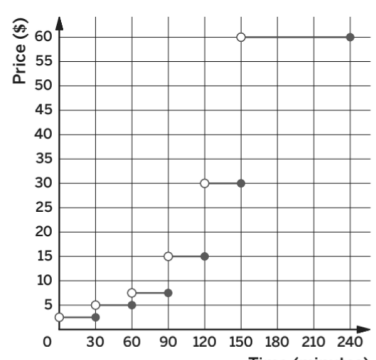
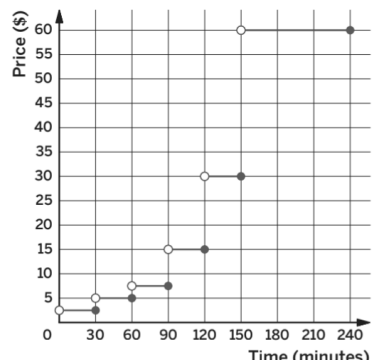
- *Function notation* can be used to describe functions.
- Key features of the graphs of functions include *domain*, *range*, and *average rate of change*.
- *Interval notation* can be used to represent a function’s domain and range.
- *Piecewise functions* are defined by a set of rules.
- The *inverse of a function* reverses its input and output values.

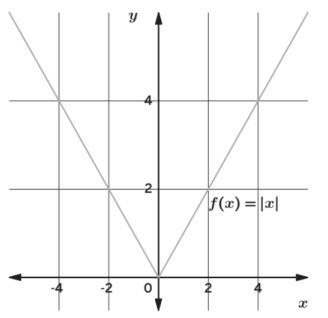
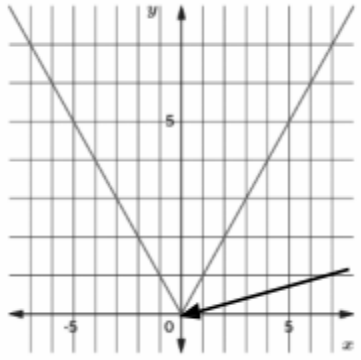
Vocabulary

<p>function notation</p>	<p>A way of writing the output of a named function. For example, if the function f has an input x, then $f(x)$ denotes the corresponding output.</p>	<p>Name of function Input of function</p> <p style="text-align: center;">  </p>
<p>linear function</p>	<p>A function with a constant rate of change.</p>	
<p>global maximum</p>	<p>The greatest value of a function over its entire domain.</p>	
<p>local maximum</p>	<p>The value of a function that is greater than the nearby or surrounding values of the function.</p>	

<p>global minimum</p>	<p>The least value of a function over its entire domain.</p>	 <p>A coordinate plane showing a continuous function. The x-axis is labeled 'x' and the y-axis is labeled 'y'. The function has a local maximum at a point marked with a dot. It then descends to a global minimum at a point marked with a dot and labeled 'Global minimum'. After this, it rises to another local maximum at a point marked with a dot.</p>
<p>local minimum</p>	<p>The value of a function that is less than the nearby or surrounding values of the function.</p>	 <p>A coordinate plane showing a continuous function. The x-axis is labeled 'x' and the y-axis is labeled 'y'. The function has a local maximum at a point marked with a dot. It then descends to a local minimum at a point marked with a dot and labeled 'Local minimum'. After this, it rises to a global maximum at a point marked with a dot.</p>
<p>discrete</p>	<p>Separate and distinct values or points.</p>	 <p>A coordinate plane with a grid. The x-axis is labeled 'x' and the y-axis is labeled 'y'. The x-axis has tick marks at 0, 500, and 1000. The y-axis has tick marks at 0, 20, 40, and 60. There are 10 discrete points plotted, showing a clear upward trend. The points are approximately at (0, 5), (100, 10), (200, 15), (300, 20), (400, 25), (500, 30), (600, 35), (700, 40), (800, 45), and (900, 50).</p>
<p>average rate of change</p>	<p>The ratio of the change in the outputs to the change in the inputs, for a given interval of a function.</p>	<div style="border: 1px dashed gray; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> <p>Average rate of change: $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ </p> </div>  <p>A coordinate plane showing a curve $f(x)$. The x-axis is labeled 'x' and the y-axis is labeled 'f(x)'. Two points are marked on the curve: $(a, f(a))$ and $(b, f(b))$. A dashed line segment connects these two points, representing the secant line used to calculate the average rate of change.</p>

<p>domain</p>	<p>The set of all possible input values for a given function.</p>	<p>Inequality: Domain: $x \geq -2$ Interval notation: Domain: $[-2, \infty)$</p> 												
<p>infinity (infinite, ∞)</p>	<p>A boundless value, greater than that of any real number. For values that continue on forever in the positive direction, use the infinity symbol, ∞. For values that continue on forever in the negative direction, use the negative infinity symbol, $-\infty$.</p>													
<p>interval notation</p>	<p>A way to represent a set of numbers using parentheses and brackets.</p> <table border="1" data-bbox="560 1365 1039 1501"> <thead> <tr> <th>Endpoint</th> <th>Inequality symbols</th> <th>Interval notation</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Closed circle</td> <td>\leq or \geq</td> <td>Brackets [or]</td> </tr> <tr> <td>Open circle</td> <td>$<$ or $>$</td> <td>Parentheses (or)</td> </tr> <tr> <td>No endpoint (infinity)</td> <td>∞ or $-\infty$</td> <td>Parentheses (or)</td> </tr> </tbody> </table>	Endpoint	Inequality symbols	Interval notation	Closed circle	\leq or \geq	Brackets [or]	Open circle	$<$ or $>$	Parentheses (or)	No endpoint (infinity)	∞ or $-\infty$	Parentheses (or)	<p>Domain $(-1, 2]$ Range $[-4, 5)$</p> 
Endpoint	Inequality symbols	Interval notation												
Closed circle	\leq or \geq	Brackets [or]												
Open circle	$<$ or $>$	Parentheses (or)												
No endpoint (infinity)	∞ or $-\infty$	Parentheses (or)												

<p>range</p>	<p>The set of all possible output values for the function.</p>	<p>Inequality: Interval notation: Range: $y \geq 0$ Range: $[0, \infty)$</p> 
<p>piecewise function</p>	<p>A function defined using different expressions for different intervals in its domain.</p>	$P(t) = \begin{cases} 2.50, & 0 < t \leq 30 \\ 5.00, & 30 < t \leq 60 \\ 7.50, & 60 < t \leq 90 \\ 15.00, & 90 < t \leq 120 \\ 30.00, & 120 < t \leq 150 \\ 60.00, & t > 150 \end{cases}$ 
<p>step function</p>	<p>A piecewise function whose pieces are all constant values.</p>	

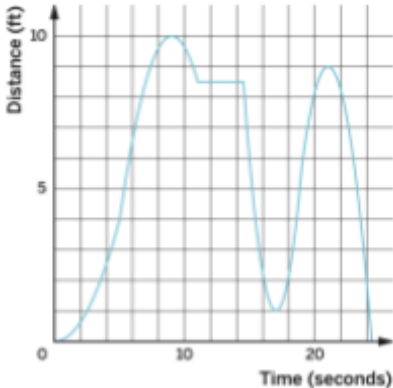
<p>absolute value function</p>	<p>A function whose output value is the distance of its input value from 0. In other words, the absolute value function is a piecewise function that takes negative input values and makes them positive.</p>	
<p>vertex</p>	<p>The vertex of the graph is the point where the graph changes from increasing to decreasing or vice versa. It is the highest or lowest point on the graph.</p>	<p>The vertex shown is (0, 0)</p> 
<p>inverse of a function</p>	<p>The inverse of a function is created by reversing all of the function's input-output pairs. It can be determined by reversing the process that defined the original function.</p>	<p>Equation of a function: $a = b + 5$</p> <p>Equation of its inverse: $b = a - 5$</p>

Example Problems + Discussion Prompts

Sub-Unit 1

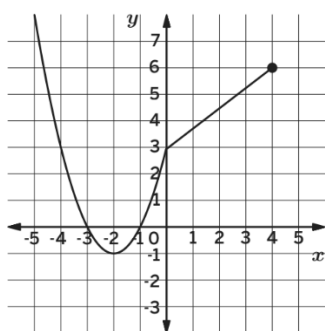
Problem	Sample Solution
<p data-bbox="386 325 516 359">Lesson 3</p> <p data-bbox="105 367 781 493">The function C gives the cost, in dollars, of buying n apples. What does each expression or equation represent in this context?</p> <p data-bbox="105 548 284 581">a. $C(5) = 4.50$</p> <p data-bbox="105 638 196 672">b. $C(2)$</p>	<p data-bbox="820 325 1446 451">a. For the function notation $f(x) = y$, the x represents the input and the y represents the output.</p> <p data-bbox="820 506 1500 590">In this problem, the 5 represents the input, which is the number of apples.</p> <p data-bbox="820 644 1500 728">The 4.50 represents the output, which in this case is the cost in dollars.</p> <p data-bbox="820 783 1101 816">5 apples cost \$4.50.</p> <p data-bbox="820 871 1446 997">b. For the function notation $f(x) = y$, the x represents the input and the y represents the output.</p> <p data-bbox="820 1052 1500 1136">In this problem, the 2 represents the input, which is the number of apples.</p> <p data-bbox="820 1190 1511 1274">Though the output is not shown, the output of this function is the cost in dollars.</p> <p data-bbox="820 1329 1117 1362">The cost of 2 apples.</p>
<p data-bbox="516 1392 1105 1425">Discuss this question with your student:</p> <ul data-bbox="105 1438 1479 1522" style="list-style-type: none"><li data-bbox="105 1438 1479 1522">• How would you write the function notation for function C, the cost in dollars, of buying n apples if the cost of an unknown amount of apples was \$6? Why?	

Sub-Unit 2

Problem	Sample Solution
<p data-bbox="105 275 375 716">Lesson 7</p> <p data-bbox="105 317 375 716">The graph represents the distance from a fountain while Bard walks in the park. Determine whether the following statements are true or false.</p>  <p data-bbox="105 772 776 1402">a. The graph has multiple horizontal intercepts.</p> <p data-bbox="105 863 667 989">b. A horizontal intercept of the graph represents the time when Bard was right next to the fountain.</p> <p data-bbox="105 1045 764 1129">c. The global minimum of the graph is located at (17, 1).</p> <p data-bbox="105 1178 651 1220">d. The graph has two global maximums.</p> <p data-bbox="105 1276 776 1402">e. About 9 seconds after Bard left the fountain at the beginning of the walk, Bard was the farthest away from it, about 10 ft.</p>	<p data-bbox="824 275 1490 359">a. The graph intersects the horizontal axis at two points, (0, 0) and about (24, 0).</p> <p data-bbox="824 415 894 447">True</p> <p data-bbox="824 495 1511 716">b. The point on the graph that represents the time when Bard was right next to the fountain would be when the distance is 0, or a point where the y-coordinate is 0. The graph starts at the point (0, 0) and ends at about the point (24, 0).</p> <p data-bbox="824 772 894 804">True</p> <p data-bbox="824 852 1511 1020">c. The global minimum of a graph is the least value of a function over its entire domain. For this graph, that would be when the y-coordinate is 0, not 1.</p> <p data-bbox="824 1073 894 1104">False</p> <p data-bbox="824 1152 1495 1278">d. The global maximum of a graph is the greatest value of a function over its entire domain. That would be at about the point (9, 10).</p> <p data-bbox="824 1331 894 1362">False</p> <p data-bbox="824 1411 1511 1631">e. The farthest distance from the fountain would be determined by the global maximum. The global maximum occurs at about (9, 10), representing about 9 seconds after Bard left the fountain at the beginning of the walk, Bard was 10 ft away.</p> <p data-bbox="824 1684 894 1715">True</p>
<p data-bbox="516 1745 1105 1776" style="text-align: center;">Discuss this question with your student:</p> <ul data-bbox="105 1791 1149 1833" style="list-style-type: none"><li data-bbox="105 1791 1149 1833">• Can you identify and describe any other important features in the graph?	

Lesson 11

Consider the graph of the function shown.



a. Write the domain and range using inequalities.

b. Write the domain and range using interval notation.

a. The domain is the set of all possible input values for a given function. This function has input values less than or equal to 4 because there is a closed circle when $x=4$ and the graph continues toward the left forever toward negative infinity. **Domain:** $x \leq 4$

The range is the set of all possible output values for a given function. This function has output values greater than or equal to -1 because the lowest y -coordinate on the graph is $y=-1$, and the graph continues upward toward positive infinity. **Range:** $y \geq -1$

b. The domain is $x \leq 4$, meaning there is no left endpoint and the right endpoint is a closed circle. **Domain:** $(-\infty, 4]$

The range is $y \geq -1$, meaning the lowest endpoint is included and there is no highest endpoint. **Range:** $[-1, \infty)$

Discuss these questions with your student:

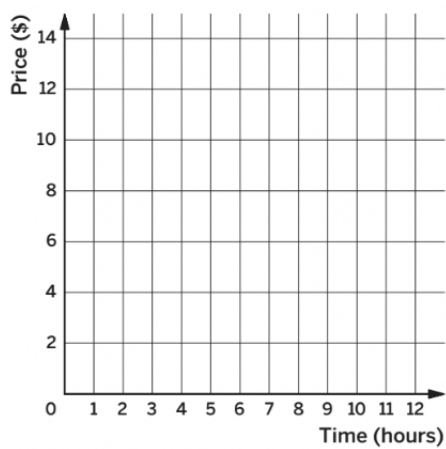
- Over what intervals is the function represented by the graph increasing and decreasing?

Sub-Unit 3

Problem	Sample Solution
<p>Lesson 14</p> <p>A parking garage charges \$5 for the first hour, \$10 for up to two hours, and \$12 for more than two hours. Let G represent the dollar price of parking for t hours.</p> <p>a. Complete the table.</p>	<p>a. When $t=0$, that means no parking time has elapsed so the cost would be \$0.</p> <p>During the first hour, the garage charges \$5. This means that when $t=0.5$ and $t=1$, the cost is \$5.</p> <p>For up to two hours, the cost is \$10. This means that when $t=1.75$ and $t=2$, the cost is \$10.</p>

t (hours)	G (\$)
0	
0.5	
1	
1.75	
2	
5	

b. Graph the function G for $0 \leq t \leq 12$.



For anything over two hours, the cost is \$12. This means when $t=5$, the cost is \$12.

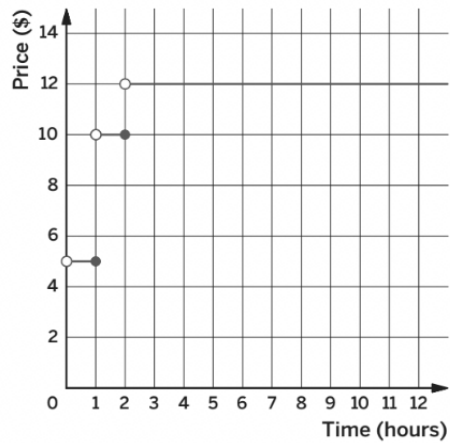
t (hours)	G (\$)
0	0
0.5	5
1	5
1.75	10
2	10
5	12

b. A point with an open circle means the endpoint value is not included.

For less than and including 1 hour, the price is \$5. This does not include 0 hours because that does not cost any money. The first portion of the graph is an open circle at $(0, 5)$ and a closed circle at $(1, 5)$.

The price is \$10, not including 1 hour but up to and including 2 hours. The next portion of the graph is an open circle at $(1, 10)$ and a closed circle at $(2, 10)$.

The price is \$12, not including 2 hours but up to and beyond 2 hours. The next portion of the graph is an open circle at $(2, 12)$ and the output remains 12 for all input values greater than 2.



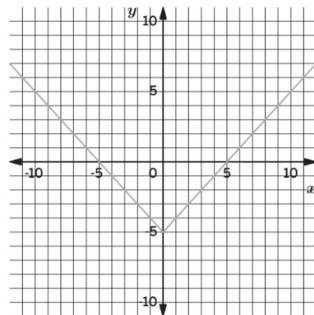
Discuss these questions with your student:

- Is G a function of t ? Why or why not?
- Is t a function of G ? Why or why not?

Lesson 17

The graph of a function is shown. Which function represents the graph?

- A. $f(x) = |x| - 5$
- B. $f(x) = |x| + 5$
- C. $f(x) = |x - 5|$
- D. $f(x) = |x + 5|$



Absolute value functions, $f(x) = |x|$, have a vertex at $(0, 0)$. These functions can be transformed by the constants h and k , $f(x) = |x - h| + k$. The graph and the vertex of $f(x) = |x|$ shifts h units to the right when $h > 0$ and h units to the left when $h < 0$. The graph and the vertex of $f(x) = |x|$ shifts k units up when $k > 0$ and k units down when $k < 0$.

The graph and the vertex of $f(x) = |x|$ shown moved down 5 units.

The equation in B would move the graph and vertex of $f(x) = |x|$ up 5 units.

The equation in C would move the graph and vertex of $f(x) = |x|$ right 5 units.

The equation in D would move the graph and vertex of $f(x) = |x|$ left 5 units.

The correct answer is **A**.

Discuss this [these] question[s] with your student:

- Can you describe the graph of the function represented by the equation in B, C, and D? How do you know?

Sub-Unit 4

Problem	Sample Solution
<p style="text-align: center;">Lesson 18</p> <p>Noah's cousin is exactly 7 years younger than Noah. Let C represent Noah's cousin's age and N represent Noah's age. Ages are measured in years.</p> <p>a. Write a function that defines the cousin's age as a function of Noah's age. What quantities represent the input and output of this function?</p> <p>b. Write the inverse of the function you wrote in part a. What quantities represent the input and output of this inverse?</p>	<p>a. Because the function will be the cousin's age as a function of Noah's age, C will be the output.</p> <p>If Noah's cousin is 7 years younger than Noah, that can be represented by the expression $N-7$. This means N will be the input.</p> <p>C=N-7. In this function, N, Noah's age, is the input and the output is C, his cousin's age.</p> <p>b. To determine the equation that represents the inverse of the function in part a, reverse the process and operations in the equation and solve for the other variable.</p> <p>In this case, to determine the inverse of $C=N-7$, solve for N.</p> $C = N - 7$ $C + 7 = N$ $\mathbf{N = C+7}$ <p>The inverse of a function reverses the inputs and the outputs. The original function had an output of C, his cousin's age, and an input of N, Noah's age.</p> <p>In this function, N, Noah's age, is the output and the input is C, his cousin's age.</p>
<p>Discuss these questions with your student:</p> <ul style="list-style-type: none">• What is the processing for determining the inverse of a function?• What is the processing for determining the inputs and outputs of the inverse of a function?	

Sample Answers to Discussion Questions

Answers may vary.

- How would you write the function notation for function C , the cost in dollars, of buying n apples if the cost of an unknown amount of apples was \$6? Why?
 - $C(n) = 6$; An unknown amount of apples is represented by the variable “ n ” and it is in the input of the function. The cost of the unknown apples is \$6 and it is the output of the function.
- Can you identify and describe any other important features in the graph?
 - Bard starts out at the fountain, Bard’s distance away from the fountain increases for about 9 seconds to 10 ft away from the fountain, the maximum distance Bard will be from the fountain. Bard’s distance away from the fountain begins to decrease to about 8.5 ft away from the fountain, then over about 2 seconds, the distance from the fountain remains constant at 8.5 ft away. Then Bard’s distance from the fountain decreases at a faster rate to 1 ft away after 17 total seconds, then Bard’s distance increases at about the same rate to 8 ft away, then decreases again over the last 3 seconds back to 0 ft away from the fountain.
- Over what intervals is the function represented by the graph increasing and decreasing?
 - The graph of the function is increasing over the interval $[-2, 4]$ and decreasing over the interval $(-\infty, -2)$.
- Is G a function of t ? Why or why not?
 - Yes, G is a function of t because the price is determined by the amount of time spent in the garage.
- Is t a function of G ? Why or why not?
 - No, t is not a function of G because knowing how much someone paid at the garage does not indicate the amount of time they spent in the garage.
- Can you describe the graph of the function represented by the equation in B, C, and D? How do you know?
 - The graph of the function in B would be the graph of the absolute value function translated up 5 units because 5 is being added to the absolute value function. The graph of the function in C would be the graph of the absolute value function translated right 5 units because 5 is being subtracted inside of the absolute value bars. The graph of the function in D would be the graph of the absolute value function translated left 5 units because 5 is being added inside of the absolute value bars.
- What is the processing for determining the inverse of a function?
 - To determine the inverse of a function, reverse the process and operations in the equation representing the function and solve for the other variable.

- What is the processing for determining the inputs and outputs of the inverse of a function?
 - *The input-output pairs of the inverse of a function are always reversed from the original function. The inputs of the function are the outputs of the inverse of the function and the outputs of the function are the inputs of the inverse of the function.*

Apoyo para cuidadores/as, Unidad 3

Vista general de la unidad + Conexiones narrativas

En esta unidad, los estudiantes escribirán, graficarán e interpretarán funciones lineales, funciones definidas a trozos, funciones de valor absoluto e inversos de las funciones. Establecerán conexiones entre el sonido y las funciones mientras "tocan" funciones matemáticas, considerarán las similitudes de leer música y la interpretación de la gráfica de una función, explorarán cómo las funciones pueden modelar piezas de sonido y cómo las funciones y los inversos pueden cambiar la acústica al sonido amplificado.


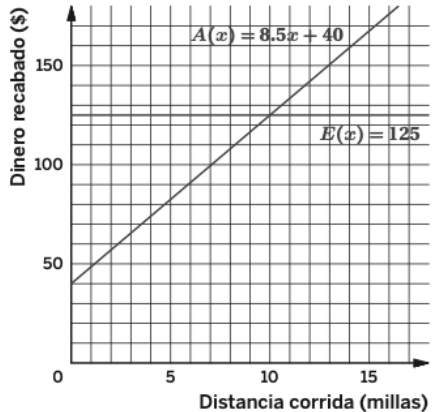
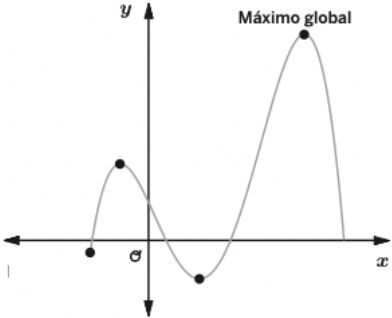
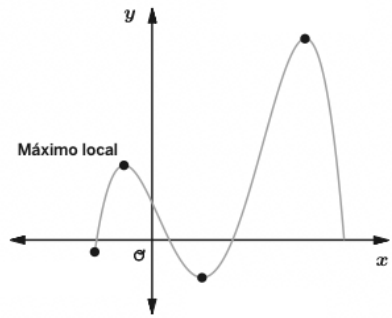


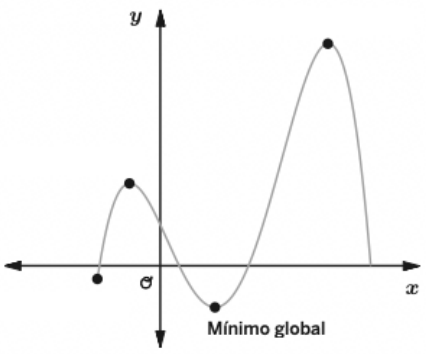
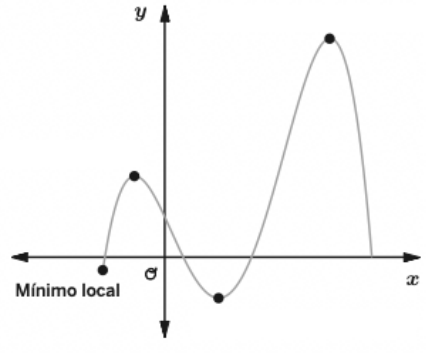
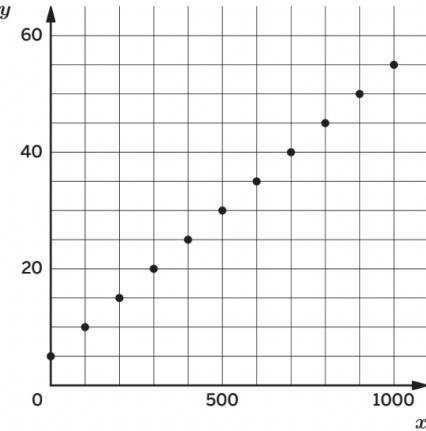
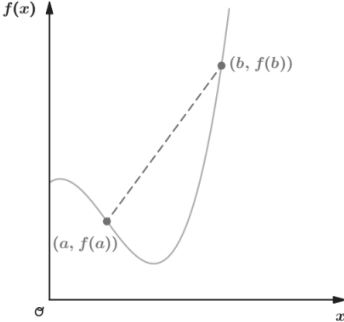
Aprendizaje previo	Aprendizaje actual	Aprendizaje futuro
<ul style="list-style-type: none"> • Tablas, ecuaciones y gráficas de una función. • Entradas y salidas de una función • Tasa de cambio • Pendiente 	<ul style="list-style-type: none"> • Notación de funciones • Dominio y rango • Tasas de cambio promedio • Características principales de las funciones • Funciones lineales • Funciones definidas a trozos • Inversos de funciones 	<ul style="list-style-type: none"> • Funciones exponenciales • Funciones cuadráticas • Funciones polinómicas, racionales, logarítmicas, raíz cuadrada y trigonométricas

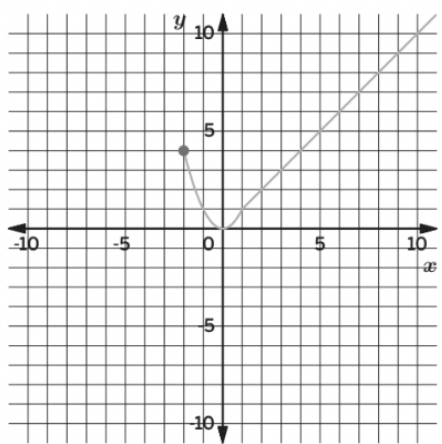
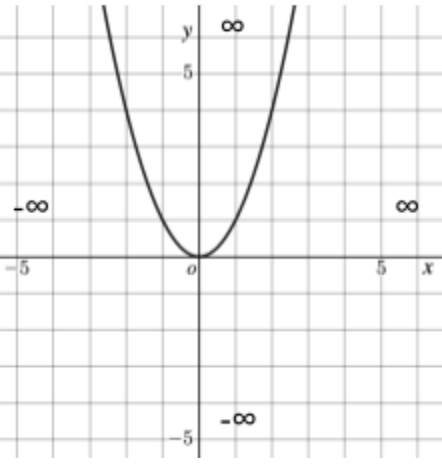
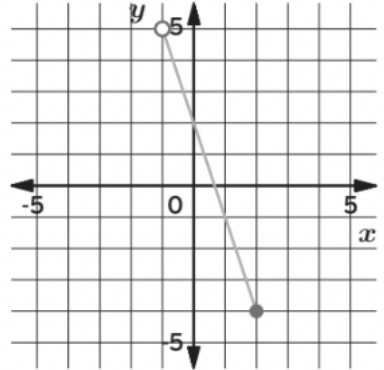
Key Ideas

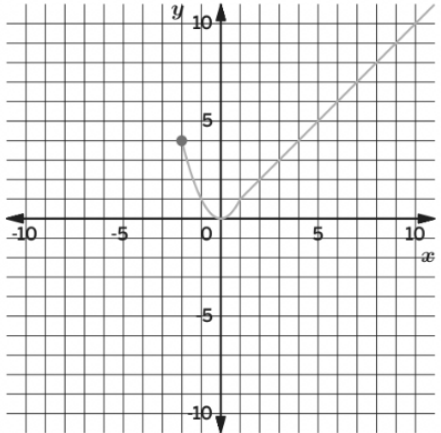
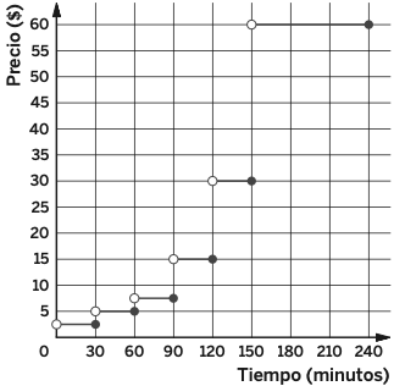
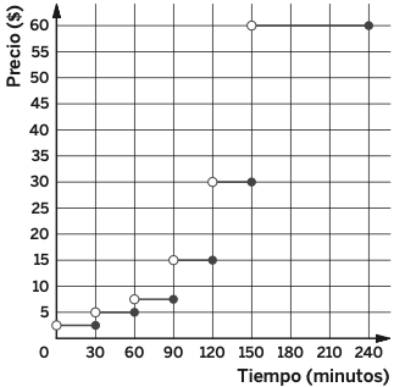
- La *notación de funciones* puede utilizarse para describir funciones.
- Las características clave de las gráficas de las funciones incluyen el *dominio*, el *rango* y la *tasa de cambio promedio*.
- La *notación de intervalos* puede utilizarse para representar el dominio y el rango de una función.
- Las *funciones definidas a trozos* se definen mediante un conjunto de reglas.
- El *inverso de una función* invierte sus valores de entrada y salida.

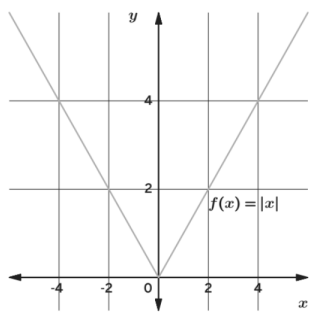
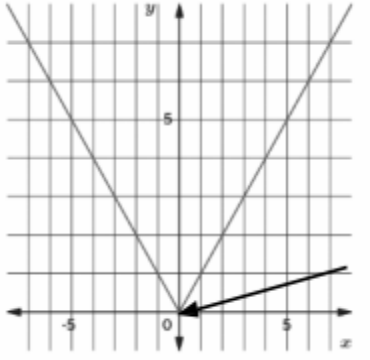
Vocabulario

<p>notación de función</p>	<p>Forma de escribir la salida de una determinada función. Por ejemplo, si la función f tiene una entrada x, entonces $f(x)$ denota la salida correspondiente.</p>	<p>Nombre de la función Entrada de la función</p> <p style="text-align: center;">  </p>
<p>función lineal</p>	<p>Función con una tasa de cambio constante.</p>	<p style="text-align: center;">  </p>
<p>máximo global</p>	<p>El mayor valor de una función por sobre la totalidad de su dominio.</p>	<p style="text-align: center;">  </p>
<p>máximo local</p>	<p>Valor de una función que es mayor a los valores cercanos o circundantes de la función.</p>	<p style="text-align: center;">  </p>

<p>mínimo global</p>	<p>El menor valor de una función por sobre la totalidad de su dominio.</p>	 <p>El gráfico muestra una función en un sistema de coordenadas con ejes x e y. La curva tiene un punto más bajo que cualquier otro punto en su dominio, etiquetado como "Mínimo global".</p>
<p>mínimo local</p>	<p>Valor de una función que es menor a los valores cercanos o circundantes de la función.</p>	 <p>El gráfico muestra una función en un sistema de coordenadas con ejes x e y. La curva tiene un valle que es más bajo que los puntos inmediatamente adyacentes, etiquetado como "Mínimo local".</p>
<p>discreto</p>	<p>Valores o puntos separados y distintivos.</p>	 <p>El gráfico muestra una función discreta en un sistema de coordenadas con ejes x e y. El eje x tiene marcas en 0, 500 y 1000, y el eje y tiene marcas en 0, 20, 40 y 60. La función se representa por una serie de puntos separados que muestran una tendencia ascendente.</p>
<p>tasa de cambio promedio</p>	<p>Razón entre el cambio de las salidas y el cambio de las entradas para un determinado intervalo de una función.</p>	<div data-bbox="1166 1423 1409 1514" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> <p>Tasa de cambio promedio: $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ </p> </div>  <p>El gráfico muestra una función en un sistema de coordenadas con ejes x e y. Se selecciona un intervalo en el eje x entre los puntos a y b. Una línea secante (dashed line) conecta los puntos correspondientes en la curva, etiquetados como (a, f(a)) y (b, f(b)).</p>

<p>dominio</p>	<p>Conjunto de todos los posibles valores de entrada para una determinada función.</p>	<p>Desigualdad: Notación de intervalos: Dominio: $x \geq -2$ Dominio: $[-2, \infty)$</p> 												
<p>infinito (∞)</p>	<p>Valor ilimitado, mayor que el valor de cualquier número real. Para los valores que continúan para siempre en la dirección positiva, utilice el símbolo de infinito, ∞. Para los valores que continúan para siempre en la dirección negativa, utilice el símbolo de infinito negativo, $-\infty$.</p>													
<p>notación de intervalo</p>	<p>Forma de representar un conjunto de números por medio de paréntesis y corchetes.</p> <table border="1" data-bbox="565 1375 1044 1501"> <thead> <tr> <th>Endpoint</th> <th>Inequality symbols</th> <th>Interval notation</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Closed circle</td> <td>\leq or \geq</td> <td>Brackets [or]</td> </tr> <tr> <td>Open circle</td> <td>$<$ or $>$</td> <td>Parentheses (or)</td> </tr> <tr> <td>No endpoint (infinity)</td> <td>∞ or $-\infty$</td> <td>Parentheses (or)</td> </tr> </tbody> </table>	Endpoint	Inequality symbols	Interval notation	Closed circle	\leq or \geq	Brackets [or]	Open circle	$<$ or $>$	Parentheses (or)	No endpoint (infinity)	∞ or $-\infty$	Parentheses (or)	<p>Dominio $(-1, 2]$ Rango $[-4, 5)$</p> 
Endpoint	Inequality symbols	Interval notation												
Closed circle	\leq or \geq	Brackets [or]												
Open circle	$<$ or $>$	Parentheses (or)												
No endpoint (infinity)	∞ or $-\infty$	Parentheses (or)												

<p>rango</p>	<p>El conjunto de todos los posibles valores de salida de la función</p>	<p>Desigualdad: notación de intervalo Rango: $y \geq 0$ Rango: $[0, \infty)$</p> 
<p>función definida a trozos</p>	<p>Función definida por el uso de diferentes expresiones para diferentes intervalos de su dominio.</p>	$P(t) = \begin{cases} 2.50, & 0 < t \leq 30 \\ 5.00, & 30 < t \leq 60 \\ 7.50, & 60 < t \leq 90 \\ 15.00, & 90 < t \leq 120 \\ 30.00, & 120 < t \leq 150 \\ 60.00, & t > 150 \end{cases}$ 
<p>función escalonada</p>	<p>Función definida a trozos, cuyos trozos son todos valores constantes.</p>	

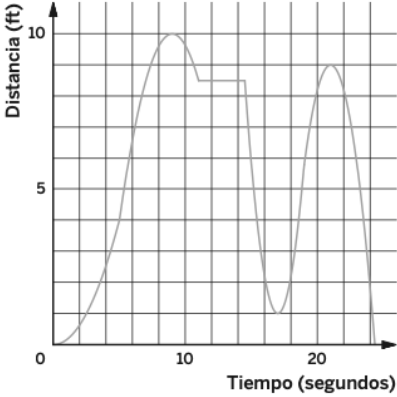
<p>función de valor absoluto</p>	<p>Función cuya salida es la distancia entre su entrada y 0. En otras palabras, la función de valor absoluto es una función definida a trozos que toma entradas negativas y las hace positivas.</p>	
<p>vértice</p>	<p>El vértice de la gráfica es el punto en que la tendencia de la gráfica cambia de aumentar a disminuir o viceversa. Es el punto más alto o más bajo de la gráfica.</p>	<p>El vértice que se muestra es (0, 0)</p> 
<p>inverso de una función</p>	<p>El inverso de una función es creado al revertir todos los pares entrada-salida de la función. Se le puede determinar revertiendo el proceso que definió a la función original.</p>	<p>Ecuación de una función: $a = b + 5$</p> <p>Ecuación de su inverso: $b = a - 5$</p>

Problemas de ejemplo + Temas de discusión

Subunidad 1

Problema	Solución de ejemplo
<p style="text-align: center;">Lección 3</p> <p>La función C da el costo, en dólares, de comprar n manzanas. ¿Qué representa cada expresión o ecuación en este contexto?</p> <p>a. $C(5) = 4.50$</p> <p>b. $C(2)$</p>	<p>a. Para la notación de la función $f(x) = y$, la x representa la entrada y la y representa la salida.</p> <p>En este problema, el 5 representa la entrada, que es el número de manzanas.</p> <p>El 4,50 representa la salida, que en este caso es el costo en dólares.</p> <p>5 manzanas cuestan \$4.50.</p> <p>b. Para la notación de la función $f(x) = y$, la x representa la entrada y la y representa la salida.</p> <p>En este problema, el 2 representa la entrada, que es el número de manzanas.</p> <p>Aunque no se muestra la salida, el resultado de esta función es el costo en dólares.</p> <p>EL costo de 2 manzanas.</p>
<p>Comente esta pregunta con su estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cómo escribirías la notación de la función C, el costo en dólares, de comprar n manzanas si el costo de una cantidad desconocida de manzanas fuera de 6 dólares? ¿Por qué? 	

Subunidad 2

Problema	Solución de ejemplo
<p data-bbox="105 310 305 850">La gráfica representa la distancia desde una fuente mientras Bard camina en el parque. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.</p> <p data-bbox="105 907 797 1627">a. La gráfica tiene varias intersecciones horizontales. b. Una intersección horizontal en la gráfica representa el tiempo en el que Bard estaba justo a un lado de la fuente. c. El mínimo global de la gráfica está ubicada en (17, 1). d. La gráfica tiene dos máximos globales. e. Alrededor de 9 segundos después de que Bard se alejó de la fuente al comienzo de la caminata, Bard se encontraba lo más lejos de ella, alrededor de 10 ft.</p> <p data-bbox="381 275 521 306">Lección 7</p>  <p data-bbox="349 352 743 745">El gráfico muestra la distancia en pies (ft) en el eje vertical y el tiempo en segundos en el eje horizontal. El eje vertical tiene marcas en 0, 5 y 10. El eje horizontal tiene marcas en 0, 10 y 20. La curva comienza en (0,0), sube a un pico de 10 ft a los 9 segundos, baja a un valle de 1 ft a los 17 segundos, sube a otro pico de 10 ft a los 21 segundos y finalmente baja a 0 ft a los 24 segundos.</p>	<p data-bbox="820 275 1446 359">a. La gráfica interseca el eje horizontal en dos puntos, (0, 0) y alrededor de (24, 0).</p> <p data-bbox="820 411 979 443">Verdadero</p> <p data-bbox="820 491 1487 758">b. El punto de la gráfica que representa el momento en que Bard estaba justo al lado de la fuente sería cuando la distancia es 0, o un punto en el que la coordenada y es 0. La gráfica comienza en el punto (0, 0) y termina aproximadamente en el punto (24, 0).</p> <p data-bbox="820 810 979 842">Verdadero</p> <p data-bbox="820 890 1511 1062">c. El mínimo global de una gráfica es el menor valor de una función en todo su dominio. Para este gráfico, sería cuando la coordenada y es 0, no 1.</p> <p data-bbox="820 1115 899 1146">Falso</p> <p data-bbox="820 1194 1516 1320">d. El máximo global de una gráfica es el mayor valor de una función en todo su dominio. Eso sería aproximadamente en el punto (9, 10).</p> <p data-bbox="820 1373 899 1404">Falso</p> <p data-bbox="820 1453 1511 1719">e. La distancia más lejana de la fuente estaría determinada por el máximo global. El máximo global se produce en torno a (9, 10), lo que representa unos 9 segundos después de que Bard saliera de la fuente al principio del paseo, Bard estaba a 10 ft.</p> <p data-bbox="820 1772 979 1803">Verdadero</p>

Comente esta pregunta con su estudiante:

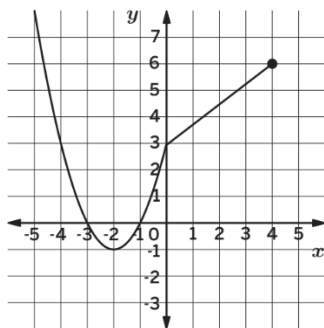
- ¿Puedes identificar y describir otras características importantes de la gráfica?

Lección 11

Consulta la gráfica de la función que se muestra.

a. Escribe el dominio y el rango usando desigualdades.

b. Escribe el dominio y el rango usando notación y de intervalos



a. El dominio es el conjunto de todos los valores de entrada posibles para una función dada. Esta función tiene valores de entrada menores o iguales a 4 porque hay un círculo cerrado cuando $x=4$ y la gráfica continúa hacia la izquierda siempre hacia el infinito negativo.

Dominio: $x \leq 4$

El rango es el conjunto de todos los valores de salida posibles para una función dada. Esta función tiene valores de salida mayores o iguales a -1 porque la coordenada y más baja de la gráfica es $y=-1$, y la gráfica continúa hacia el infinito positivo.

Rango: $y \geq -1$

b. El dominio es $x \leq 4$, lo que significa que no hay extremo izquierdo y el extremo derecho es un círculo cerrado.

Dominio: $(-\infty, 4]$

El rango es $y \geq -1$, lo que significa que se incluye el extremo más bajo y no hay extremo más alto.

Rango: $[-1, \infty)$

Comente esta pregunta con su estudiante:

- ¿En qué intervalos es creciente y decreciente la función representada por la gráfica?

Subunidad 3

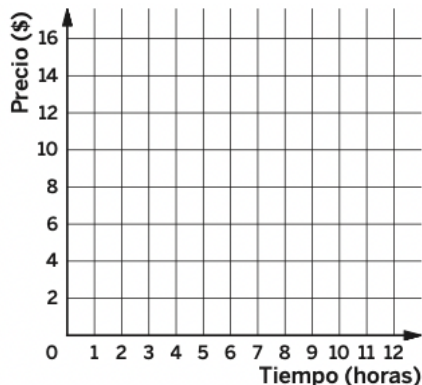
Problema	Solución de ejemplo
<p>Lección 14</p> <p>Un estacionamiento cobra \$5 por la primera hora, \$10 por hasta dos horas y \$12 por más de dos</p>	<p>a. Cuando $t=0$, significa que no ha transcurrido ningún tiempo de estacionamiento, por lo que el coste sería de 0\$.</p>

horas. Hagamos que G represente el precio en dólares de estacionarse durante t horas.

a. Completa la tabla.

t (horas)	G (\$)
0	0
0.5	5
1	5
1.75	10
2	10
5	12

b. Grafica la función G para $0 \leq t \leq 12$.



Durante la primera hora, el estacionamiento cobra 5 dólares. Esto significa que cuando $t=0,5$ y $t=1$, el costo es de 5 dólares.

Hasta dos horas, el costo es de 10 dólares. Esto significa que cuando $t=1,75$ y $t=2$, el costo es de 10 dólares.

Para más de dos horas, el costo es de 12 dólares. Esto significa que cuando $t=5$, el costo es de 12 dólares.

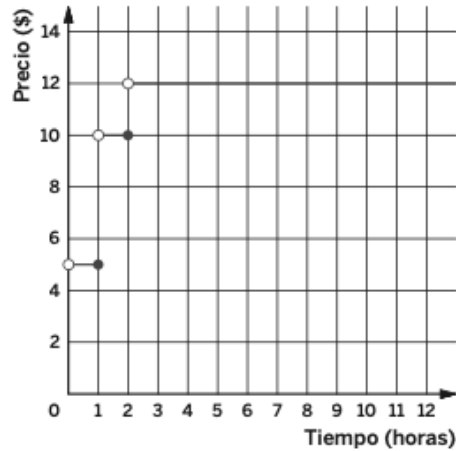
t (horas)	G (\$)
0	0
0.5	5
1	5
1.75	10
2	10
5	12

b. Un punto con un círculo abierto significa que el valor del extremo no está incluido.

Para menos de 1 hora, el precio es de 5 dólares. No se incluyen las 0 horas porque no cuestan dinero. La primera parte de la gráfica es un círculo abierto en $(0, 5)$ y un círculo cerrado en $(1, 5)$.

El precio es de 10 dólares, sin incluir 1 hora, pero hasta 2 horas. La siguiente parte de la gráfica es un círculo abierto en $(1, 10)$ y un círculo cerrado en $(2, 10)$.

El precio es de 12 dólares, sin incluir las 2 horas, pero hasta y más allá de las 2 horas. La siguiente parte de la gráfica es un círculo abierto en $(2, 12)$ y la salida sigue siendo 12 para todos los valores de entrada mayores que 2.

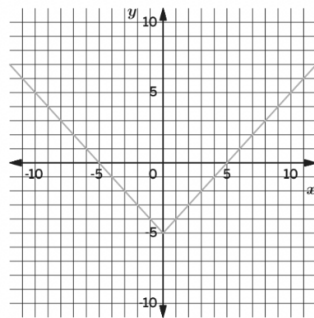


Comente esta pregunta con su estudiante:

- ¿Es G una función de t ? ¿Por qué o por qué no?
- ¿Es t una función de G ? ¿Por qué o por qué no?

Lección 17

Se muestra la gráfica de una función. ¿Qué función representa la gráfica?



- A. $f(x) = |x| - 5$
- B. $f(x) = |x| + 5$
- C. $f(x) = |x - 5|$
- D. $f(x) = |x + 5|$

Las funciones de valor absoluto, $f(x) = |x|$, tienen un vértice en $(0, 0)$. Estas funciones pueden transformarse mediante las constantes h y k , $f(x) = |x - h| + k$. La gráfica y el vértice de $f(x) = |x|$ se desplazan h unidades a la derecha cuando $h > 0$ y h unidades a la izquierda cuando $h < 0$. La gráfica y el vértice de $f(x) = |x|$ se desplazan k unidades hacia arriba cuando $k > 0$ y k unidades hacia abajo cuando $k < 0$.

La gráfica y el vértice de $f(x) = |x|$ mostrados se han movido hacia abajo 5 unidades.

La ecuación en B movería la gráfica y el vértice de $f(x) = |x|$ hacia arriba 5 unidades.

The equation in C would move the graph and vertex of $f(x) = |x|$ right 5 units.

La ecuación en D movería la gráfica y el vértice de $f(x) = |x|$ a la izquierda 5 unidades.

La respuesta correcta es **A**.

Comente esta pregunta con su estudiante:

- ¿Puedes describir la gráfica de la función representada por la ecuación en B, C y D? ¿Cómo lo sabes?

Subunidad 4

Problema	Solución de ejemplo
<p data-bbox="375 233 529 264">Lección 18</p> <p data-bbox="108 275 784 443">El primo de Noah es exactamente 7 años menor que Noah. Hagamos que C represente la edad del primo de Noah y N represente la edad de Noah. Las edades se miden en años.</p> <p data-bbox="108 501 764 669">a. Escribe una función que defina la edad del primo como una función de la edad de Noah. ¿Qué cantidades representan la entrada y salida de esta función?</p> <p data-bbox="108 728 756 852">b. Write the inverse of the function you wrote in part a. What quantities represent the input and output of this inverse?</p>	<p data-bbox="823 233 1433 310">a. Como la función será la edad del primo en función de la edad de Noah, C será la salida.</p> <p data-bbox="823 369 1495 493">Si el primo de Noah es 7 años más joven que Noah, eso se puede representar con la expresión $N-7$. Esto significa que N será la entrada.</p> <p data-bbox="823 552 1503 621">$C=N-7$. En esta función, N, la edad de Noah, es la entrada y la salida es C, la edad de su primo.</p> <p data-bbox="823 680 1490 842">b. Para determinar la ecuación que representa el inverso de la función de la parte a, invierte el proceso y las operaciones de la ecuación y resuelve para la otra variable.</p> <p data-bbox="823 900 1511 978">En este caso, para determinar la inversa de $C=N-7$, resuelve N.</p> $C = N - 7$ $C + 7 = N$ $\mathbf{N = C+7}$ <p data-bbox="823 1209 1511 1377">El inverso de una función invierte las entradas y las salidas. La función original tenía como salida C, la edad de su primo, y como entrada N, la edad de Noah.</p> <p data-bbox="823 1436 1471 1505">En esta función, N, la edad de Noah, es la salida y la entrada es C, la edad de su primo.</p>

Comente estas preguntas con su estudiante:

- ¿Cuál es el proceso para determinar el inverso de una función?
- ¿Cuál es el proceso para determinar las entradas y salidas del inverso de una función?

Respuestas de ejemplo a las preguntas de discusión

Puede haber varias respuestas.

- ¿Cómo escribirías la notación de la función C , el costo en dólares, de comprar n manzanas si el costo de una cantidad desconocida de manzanas fuera de 6 dólares? ¿Por qué?
 - $C(n) = 6$; Una cantidad desconocida de manzanas está representada por la variable " n " y está en la entrada de la función. El costo de las manzanas desconocidas es de 6 dólares y es la salida de la función.
- ¿Puedes identificar y describir otras características importantes de la gráfica?
 - Bard comienza en la fuente, la distancia de Bard de la fuente aumenta durante unos 9 segundos a 10 pies de distancia de la fuente, la distancia máxima que Bard estará de la fuente. La distancia de Bard a la fuente comienza a disminuir hasta unos 8,5 pies de distancia de la fuente, luego durante unos 2 segundos, la distancia de la fuente se mantiene constante en 8,5 pies de distancia. Luego, la distancia de Bard a la fuente disminuye a un ritmo más rápido hasta 1 pie de distancia después de 17 segundos totales, luego la distancia de Bard aumenta aproximadamente al mismo ritmo hasta 8 pies de distancia, luego disminuye de nuevo durante los últimos 3 segundos de vuelta a 0 pies de distancia de la fuente.
- ¿En qué intervalos es creciente y decreciente la función representada por la gráfica?
 - La gráfica de la función es creciente en el intervalo $[-2, 4]$ y decreciente en el intervalo $(-\infty, -2)$.
- ¿Es G una función de t ? ¿Por qué o por qué no?
 - Sí, G es una función de t porque el precio está determinado por la cantidad de tiempo que se pasa en el estacionamiento.
- ¿Es t una función de G ? ¿Por qué o por qué no?
 - No, t no es una función de G porque saber cuánto pagó alguien en el estacionamiento no indica la cantidad de tiempo que pasó en el estacionamiento.
- ¿Puedes describir la gráfica de la función representada por la ecuación en B, C y D? ¿Cómo lo sabes?
 - La gráfica de la función en B sería la gráfica de la función de valor absoluto trasladada hacia arriba 5 unidades porque se está sumando 5 a la función de valor absoluto. La gráfica de la función en C sería la gráfica de la función de valor absoluto trasladada a la derecha 5 unidades porque se está restando 5 dentro de las barras de valor absoluto. La gráfica de la función en D sería la gráfica de la función de valor absoluto trasladada a la izquierda 5 unidades porque se está sumando 5 dentro de las barras de valor absoluto.
- ¿Cuál es el proceso para determinar el inverso de una función?

- *Para determinar el inverso de una función, invierte el proceso y las operaciones en la ecuación que representa la función y resuelve para la otra variable.*
- ¿Cuál es el proceso para determinar las entradas y salidas del inverso de una función?
 - *Los pares de entrada-salida del inverso de una función son siempre inversos a los de la función original. Las entradas de la función son las salidas del inverso de la función y las salidas de la función son las entradas del inverso de la función.*