Amplify Math

Unit 4 Caregiver Support

Unit Overview + Narrative Connections

Unit Overview + Narrative Connections

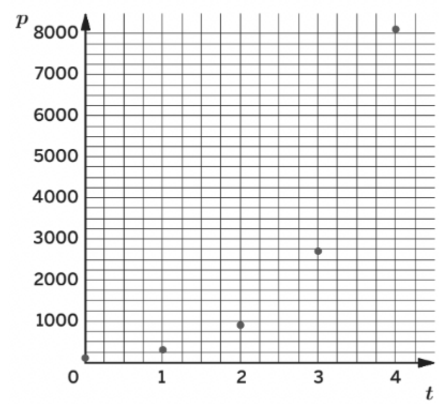
In this unit, students are introduced to exponential functions. They will model and interpret exponential growth and decay - considering the explosiveness of this function and how it compares to linear functions. Students will apply their understanding of this new function by examining infectious disease, vaccination, and prescription drug costs.

Prior Learning	Current Learning	Future Learning
• Exponents • Linear functions • Absolute value, piecewise, and step functions • Graphs of functions	• Tables, graphs, and equations of exponential functions • Modeling exponential relationships	• Logarithmic functions • Solving exponential equations

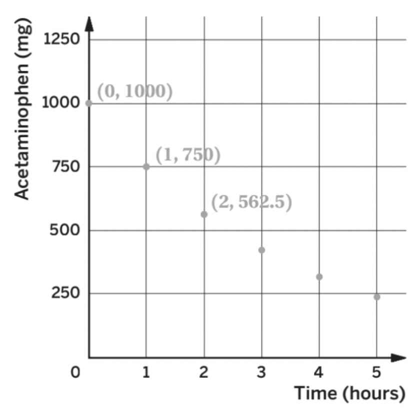
Key Ideas

- *Exponential growth* is a type of *nonlinear* growth and can be modeled with tables, graphs, and equations.
- *Exponential decay* has a *growth factor* between 0 and 1.
- The structure of exponential equations can reveal information about the graph of the exponential function.
- Real-world scenarios modeled by exponential functions can be continuous or discrete.
- Rates of change can show how exponential functions change over equal intervals.

Vocabulary

<table>
<tr>
<td>common difference</td>
<td>The difference between two consecutive terms in a linear sequence.</td>
<td>100 is the common difference
<table>
<tr><th>x</th><th>y</th></tr>
<tr><td>1</td><td>50</td></tr>
<tr><td>2</td><td>150</td></tr>
<tr><td>3</td><td>250</td></tr>
<tr><td>4</td><td>350</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>common factor</td>
<td>The factor by which each term is multiplied to generate an exponential pattern.</td>
<td>3 is the common factor
<table>
<tr><th>x</th><th>y</th></tr>
<tr><td>1</td><td>50</td></tr>
<tr><td>2</td><td>150</td></tr>
<tr><td>3</td><td>450</td></tr>
<tr><td>4</td><td>1350</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>exponential growth</td>
<td>Describes a change characterized by the repeated multiplication of a common factor.</td>
<td>$p = 100 \cdot 3^t$


</td>
</tr>
<tr>
<td>growth factor</td>
<td>The common factor that is multiplied over equal intervals in an exponential pattern.</td>
<td>3 is the growth factor
$p = 100 \cdot 3^t$</td>
</tr>
<tr>
<td>decay factor</td>
<td>A common factor, between 0 and 1, that is multiplied over equal intervals in an exponential pattern.</td>
<td>$\frac{3}{4}$ is the decay factor
$y = 1000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x$</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>exponential decay</td>
<td>Quantities that decrease by the same factor repeatedly.</td>
<td>$y = 1000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x$
</td>
</tr>
<tr>
<td>exponential function</td>
<td>Functions that describe exponential change, whether growth or decay, in the form of f(x) = a · b^x.</td>
<td>$p = \underbrace{1000}_{\text{initial value}} \cdot \underbrace{2}_{\text{growth factor}}^t$</td>
</tr>
<tr>
<td>interest rate</td>
<td>A percentage of the principal that is paid or owed over a specific amount of time.</td>
<td>The account earns 2% interest every month
<table>
<tr><th>Number of months</th><th>Account balances ($)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$300 \cdot (1.02)$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$300 \cdot (1.02)^2$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$300 \cdot (1.02)^3$</td></tr>
</table></td>
</tr>
<tr>
<td>principal</td>
<td>Initial amount of a loan, investment, or deposit.</td>
<td>The principal amount of money in the account is $300
<table>
<tr><th>Number of months</th><th>Account balances ($)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$300 \cdot (1.02)$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$300 \cdot (1.02)^2$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$300 \cdot (1.02)^3$</td></tr>
</table></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>growth rate</td>
<td>The fraction or percentage of the output that gets added every time the input is increased by one.</td>
<td>
<table>
<tr><th>Growth factor</th><th>Growth rate</th></tr>
<tr><td>1.20 or 1 + 0.20</td><td>20%</td></tr>
<tr><td>The amount is multiplied by a factor of 1.03 each year.</td><td>The amount grows (increases) at a rate of 3% per year.</td></tr>
</table>
<table>
<tr><th>Growth factor</th><th>Growth rate</th></tr>
<tr><td>0.80 or 1 − 0.20</td><td>−20%</td></tr>
<tr><td>The amount is multiplied by a factor of 0.80 each year.</td><td>The amount decays (decreases) at a rate of 3% per year.</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

Example Problems + Discussion Prompts

Sub-Unit 1

<table>
<tr><th>Problem</th><th>Sample Solution</th></tr>
<tr>
<td>
Lesson 2
Which table shows a nonlinear growth pattern?
A.
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>y</td><td>1</td><td>8</td><td>15</td><td>22</td></tr>
</table>
B.
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>y</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td></tr>
</table>
C.
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>y</td><td>9</td><td>18</td><td>36</td><td>72</td></tr>
</table>
D.
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>y</td><td>18</td><td>15</td><td>12</td><td>9</td></tr>
</table>
</td>
<td>
Table A is linear because the y-values increase by a common difference of 7. A is not correct.

Table B is linear because the y-values increase by a common difference of 5. B is not correct.

Table C is nonlinear because the y-values increase by a common factor of 2. C is correct.

Table D is linear because the y-values decrease by a common difference of -3. D is not correct.
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">
Discuss these questions with your student:

How can you determine the common difference in a table? The common factor?
What is the next term for each table when x=5?

</td>
</tr>
</table>

Sub-Unit 2

<table>
<tr><th>Problem</th><th>Sample Solution</th></tr>
<tr><td>

Lesson 4

A bond is initially bought for $250. It doubles in value every decade.

a. Complete the table.

Decades since bond is bought	0	1	2	3
Dollar value of bond ($)				

b. How many decades will it take until the bond is worth more than $10,000?

c. Write an equation relating the value of the bond *v* to the number of decades *d* since the bond was bought.

</td><td>

a. At the beginning, when no time has passed, the dollar value of the bond was $250 and the decade was 0. After 1 decade, the value of the bond will double to $500, after 2 decades it will double to $1,000, and after 3 decades it will double to $2,000.

Decades since bond is bought	0	1	2	3
Dollar value of bond ($)	250	500	1,000	2,000

b. Continuing the pattern, after 4 decades the value will be $4,000, after 5 decades the value will be $8,000, and after 6 decades the value will be $16,000.

It will take 6 decades until the bond is worth more than 10,000.

c. This is an exponential relationship that can be modeled by $y = a \cdot b^x$, where a represents the initial value and b represents the growth factor.

In this case, the initial value is $250 and the growth factor is 2 because the dollar value doubles every decade.

$\mathbf{v = 250 \cdot 2^d}$

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Discuss this question with your student:

- What would the graph of this exponential equation look like? How do you know?

</td></tr>
</table>

<u>Sub-Unit 3</u>

<table>
<tr><th>Problem</th><th>Sample Solution</th></tr>
<tr>
<td>

Lesson 10

A bacteria population is 10,000. It triples each day.

a. Explain why the bacteria population *b* is a function of the number of days *d* since it was measured at 10,000.

b. Write an equation relating *b* and *d*.

</td>
<td>

a. A situation is a function if there is a quantity, an independent variable, that determines another quantity, the dependent variable. For each value of the independent variable, there is one and only one value of the dependent variable.

For any value of *b*, there is only one corresponding value of *d* and the population is dependent on the number of days that have passed since the initial measurement of 10,000.

b. An exponential function can be written in the form of $y = a \cdot b^x$, where a represents the initial value and b represents the growth factor.

The initial value of the bacteria is 10,000 and the growth factor is 3.
$\mathbf{b = 10000 \cdot 3^d}$

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

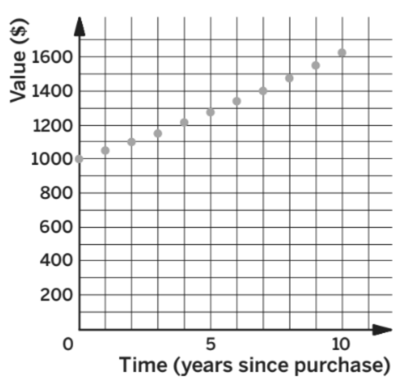
Discuss these questions with your student:

- Which variable is the independent variable? The dependent variable?
- How would you convert this equation into function notation?

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Lesson 11

The function f(t) gives the dollar value of a bond *t* years after the bond was purchased. The graph of f(t) is shown.



a. What is f(0)?
What does it mean in this situation?

</td>
<td>

a. f(0) represents the output when the input is 0, **f(0)=1000.**

This is the y-intercept of the function, which means it is the initial value of the bond. **The value of the bond when it was purchased was $1,000.**

b. f(4.5) represents the output when the input is 4.5. Looking at the graph when t=4.5, the y-value is about 1250, **f(4.5)=1250.**

The input 4.5 is in years and the output 1250 represents the value of the bond. **The value of the bond after 4.5 years was about $1,250.**

</td>
</tr>
</table>

b. What is f(4.5)? What does it mean in this situation? c. When is f(t) = 1500? What does this mean in this situation?	c. f(t)=1500 represents the unknown input *t* when the output is 1500. Looking at the graph, when the y-value is 1500, the approximate value of *t* is a little more than 8. **When the output is 1500, the input is a little more than 8**. The input 8 is in years and the output 1500 represents the value of the bond. **The value of the bond is $1,500 after a little more than 8 years.**

Discuss this question with your student:

- Would the function $f(t)=1000^t \cdot 1.05$ model this situation? Why or why not?

Sub-Unit 4

Problem	Sample Solution
Lesson 16 In 2011, the population of deer in a forest was 650. a. In 2012, the population increased by 15%. Write an expression, using only multiplication, that represents the deer population in 2012. b. In 2013, the population increased again by 15%. Write an expression that represents the deer population in 2013. c. If the deer population continues to increase by 15% each year, write an expression that represents the deer population *t* years after 2012.	a. The initial population of the deer was 650, 1 year later the population increased by 15%. This means the initial value will be 650 and the growth rate 1.15. This can be modeled by **650 ⋅ (1.15).** b.The initial population of the deer was 650, 1 year later the population increased by 15%, and the next year the population increased by 15%. This can be modeled by 650 ⋅ (1.15)⋅ (1.15) which simplifies to $\mathbf{650 \cdot (1.15)^2}$. c. The initial population of the deer was 650, if each year the population increases by 15%, then it will continue multiplying the previous year's population by 1.15. If years after 2012 are represented by *t*, that can be modeled by $\mathbf{650 \cdot (1.15)^t}$.

Discuss this question with your student:

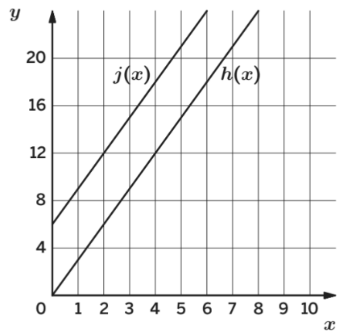
- If a bison population started with 650 bison in 2011, but the population increased at a rate of 12% each year after 2012, how would the graphs of the two animal populations compare?

Sub-Unit 5

<table>
<tr><th>Problem</th><th>Sample Solution</th></tr>
<tr><td>

Lesson 21

The two lines on the coordinate plane are graphs of functions h(x) and j(x). Which of the following statements is true? Select *all* that apply.



A. When x increases by 1, h(x) increases by 1.
B. When x increases by 1, j(x) increases by 3.
C. If the graph of j(x) has a slope of 3, then as x increases by 3, j(x) increases by 1.
D. When x increases by 2, h(x) increases by 2.
E. The graphs are parallel, so when x increases by 2, the values of h(x) and j(x) increase by the same amount.

</td><td>

The graph of h(x) has a slope of 3, so each time the value of x increases by 1, the value of y, which is the value of h(x), increases by 3. A is not correct.

The graph of j(x) has a slope of 3, so each time the value of x increases by 1, the value of y, which is the value of j(x), increases by 3. **B is correct**.

The graph of j(x) has a slope of 3, so as x increases by 1, j(x) increases by 3. If x increases by 3, j(x) increases by 9, not 1. C is not correct.

The graph of h(x) has a slope of 3, so as x increases by 1, h(x) increases by 3. If x increases by 2, h(x) increases by 6, not 2. D is not correct.

The graphs of j(x) and h(x) have the same slope of 3, so they are parallel. This means that when x increases by 1, both h(x) and j(x) increase by 3, and if x increases by 2, both h(x) and j(x) will increase by the same amount. **E is correct**.

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Discuss this question with your student:

- Will all parallel lines increase by the same amount when the x value increases by the same amount? Why or why not?

</td></tr>
</table>

Sample Answers to Discussion Questions

Answers may vary.

- How can you determine the common difference in a table? The common factor?
  - *To determine the common difference in a table, subtract two consecutive outputs, and then the next consecutive outputs to see if they differ by the same value, if they do, this value is the common difference. To determine the common factor in a table, divide two consecutive outputs, and then the next consecutive outputs to see if they have the same ratio, if they do, this ratio is the common factor.*

- What is the next term for each table when x=5?
  - *In table A, the next term is 29. In table B, the next term is 25. In table C, the next term is 144. In table D, the next term is 6.*

- What would the graph of this exponential equation look like? How do you know?
  - *The graph of this exponential equation would have a y-intercept of 250 because that is the initial value. The next point on the graph would be (1, 500), then (2, 1000), and so on because the growth factor is 2. The shape of the graph would sweep upward quickly because this situation represents exponential growth.*

- Which variable is the independent variable? The dependent variable?
  - *The independent variable is the number of days, d, and the dependent variable is the population b.*

- How would you convert this equation into function notation?
  - *The equation can be converted into function notation by replacing the b variable with f(d).*

- Would the function $f(t)=1000^t \cdot 1.05$ model this situation? Why or why not?
  - *No, 1000 represents the initial value of the function, not the growth rate. The 1.05 represents the growth rate, not the initial value. The situation can be modeled by* $f(t)=1.05^t \cdot 1000$.

- If a bison population started with 650 bison in 2011, and the population increased at a rate of 12% each year after 2012, how would the graphs of the two animal populations compare?
  - *The deer population has a greater growth rate so the graph will grow more quickly. For any given x-coordinate, the graph representing the deer population will have a higher y-coordinate than the graph representing the bison population.*

- Will all parallel lines increase by the same amount for the same x-value? Why or why not?
  - *Yes, parallel lines have the same slope which means that each time the x-value increases, the value of y will increase by the same amount. For example, if two parallel lines have a slope of 4, when x increases by 1, the y-values increase by 4. When x increases by 2, the y-values increase by 8, and so on.*

Apoyo para cuidadores/as, Unidad 4

Vista general de la unidad + Conexiones narrativas

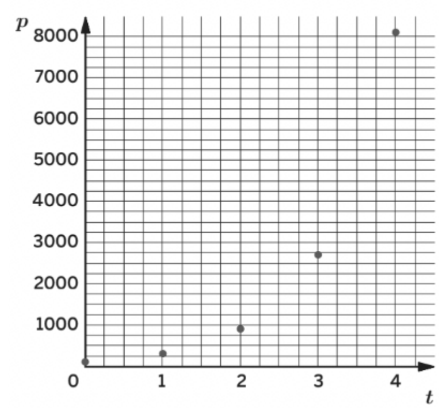
En esta unidad, los/as estudiantes se introducen en las funciones exponenciales. Modelarán e interpretarán el crecimiento y el decaimiento exponencial, considerando la explosividad de esta función y su comparación con las funciones lineales. Los estudiantes aplicarán su comprensión de esta nueva función examinando las enfermedades infecciosas, la vacunación y los costos de los medicamentos recetados.

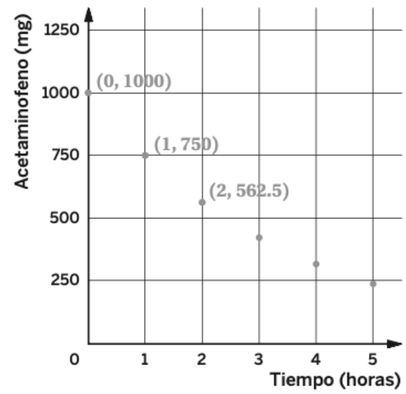
Aprendizaje previo	Aprendizaje actual	Aprendizaje futuro
• Exponentes • Funciones lineales • Funciones de valor absoluto, definidas a trozos y escalonadas • Gráficas de funciones	• Tablas, gráficas y ecuaciones de funciones exponenciales • Modelar relaciones exponenciales	• Funciones logarítmicas • Solución de ecuaciones exponenciales

Ideas clave

- *El crecimiento exponencial* es un tipo de *crecimiento no lineal* y puede modelarse con tablas, gráficas y ecuaciones.
- *El decaimiento exponencial* tiene un *factor de crecimiento* entre 0 y 1.
- La estructura de las ecuaciones exponenciales puede revelar información sobre la gráfica de la función exponencial.
- Los escenarios del mundo real modelados por funciones exponenciales pueden ser continuos o discretos.
- Las tasas de cambio pueden mostrar cómo cambian las funciones exponenciales en intervalos iguales.

Vocabulario

<table>
<tr><td>diferencia común</td><td>Diferencia entre dos términos consecutivos de una secuencia lineal.</td><td>100 es la diferencia común
<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>1</td><td>50</td></tr><tr><td>2</td><td>150</td></tr><tr><td>3</td><td>250</td></tr><tr><td>4</td><td>350</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>factor común</td><td>Factor por el cual multiplicamos cada término para generar un patrón no lineal.</td><td>3 es el factor común
<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>1</td><td>50</td></tr><tr><td>2</td><td>150</td></tr><tr><td>3</td><td>450</td></tr><tr><td>4</td><td>1350</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>crecimiento exponencial</td><td>Describe un cambio caracterizado por la multiplicación repetida de un factor común.</td><td>$p = 100 \cdot 3^t$

</td></tr>
<tr><td>factor de crecimiento</td><td>Factor común que es multiplicado a través de intervalos iguales en un patrón exponencial.</td><td>3 es el factor de crecimiento
$p = 100 \cdot 3^t$</td></tr>
<tr><td>factor de decaimiento</td><td>Factor común, entre 0 y 1, que se multiplica en intervalos iguales en un patrón exponencial.</td><td>$\frac{3}{4}$ es el factor de decaimiento
$y = 1000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x$</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>decaimiento exponencial</td>
<td>Cantidades que disminuyen por el mismo factor repetidamente.</td>
<td>$y = 1000 \bullet \left(\frac{3}{4}\right)^x$

</td>
</tr>
<tr>
<td>función exponencial</td>
<td>Funciones que describen un cambio exponencial, ya sea de crecimiento o de decaimiento, en la forma de f(x) = a · b^x.</td>
<td>$p = \overbrace{1000}^{\text{Valor inicial}} \bullet \overbrace{2}^{\text{Factor de crecimiento}}{}^t$</td>
</tr>
<tr>
<td>tasa de interés</td>
<td>Un porcentaje del principal que se paga o se debe a lo largo de un periodo de tiempo determinado.</td>
<td>La cuenta gana un 2% de interés cada mes
<table>
<tr><th>Número de meses</th><th>Saldos de la cuenta ($)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$300 \bullet (1.02)$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$300 \bullet (1.02)^2$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$300 \bullet (1.02)^3$</td></tr>
</table></td>
</tr>
<tr>
<td>principal</td>
<td>Monto inicial de un préstamo, inversión o depósito.</td>
<td>La cantidad principal de dinero en la cuenta es de 300 dólares
<table>
<tr><th>Número de meses</th><th>Saldos de la cuenta ($)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$300 \bullet (1.02)$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$300 \bullet (1.02)^2$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$300 \bullet (1.02)^3$</td></tr>
</table></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>tasa de crecimiento</td>
<td>Fracción o porcentaje de la salida que se agrega cada vez que la entrada es aumentada en uno.</td>
<td>
<table>
<tr><th>Factor de crecimiento</th><th>Tasa de crecimiento</th></tr>
<tr><td>1.20 o $1 + 0.20$</td><td>20%</td></tr>
<tr><td>El importe se multiplica por un factor de 1.03 cada año.</td><td>El importe crece (aumenta) a un ritmo de 3% al año.</td></tr>
</table>
<table>
<tr><th>Factor de crecimiento</th><th>Tasa de crecimiento</th></tr>
<tr><td>0.80 o $1 - 0.20$</td><td>−20%</td></tr>
<tr><td>El importe se multiplica por un factor de 0.80 cada año.</td><td>El importe decae (disminuye) a un ritmo de 3% al año.</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

Problemas de ejemplo + Temas de discusión

<u>Subunidad 1</u>

<table>
<tr><th>Problema</th><th>Solución de ejemplo</th></tr>
<tr>
<td>
Lección 2
¿Qué tabla muestra un patrón de crecimiento no lineal?
A.
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>y</td><td>1</td><td>8</td><td>15</td><td>22</td></tr>
</table>
B.
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>y</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td></tr>
</table>
C.
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>y</td><td>9</td><td>18</td><td>36</td><td>72</td></tr>
</table>
D.
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>y</td><td>18</td><td>15</td><td>12</td><td>9</td></tr>
</table>
</td>
<td>
La tabla A es lineal porque los valores de y aumentan por una diferencia común de 7. A no es correcta.

La tabla B es lineal porque los valores y aumentan por una diferencia común de 5. B no es correcta.

La tabla C no es lineal porque los valores y aumentan por un factor común de 2. C es correcta.

La tabla D es lineal porque los valores Y disminuyen por una diferencia común de -3. D no es correcta.
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">
Comente esta pregunta con su estudiante:

¿Cómo puedes determinar la diferencia común en una tabla? ¿El factor común?
¿Cuál es el siguiente término de cada tabla cuando x=5?

</td>
</tr>
</table>

Subunidad 2

<table>
<tr><th>Problema</th><th>Solución de ejemplo</th></tr>
<tr><td>

Lección 4

Un bono se compra inicialmente por $250. Su valor se duplica cada década.

a. Completa la tabla.

<table>
<tr><th>Décadas desde la compra del bono</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td>Valor en dólares del bono ($)</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

b. ¿Cuántas décadas pasarán hasta que el bono valga más de $10,000?

c. Escribe una ecuación que relacione el valor del bono *v* con el número de décadas *d* desde que se compró el bono.

</td><td>

a. Al principio, cuando no ha pasado el tiempo, el valor en dólares del bono era de 250 dólares y la década era 0. Después de 1 década, el valor del bono se duplicará a 500 dólares, después de 2 décadas se duplicará a 1.000 dólares y después de 3 décadas se duplicará a 2.000 dólares.

<table>
<tr><th>Décadas desde la compra del bono</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td>Valor en dólares del bono ($)</td><td>250</td><td>500</td><td>1,000</td><td>2,000</td></tr>
</table>

b. Siguiendo el patrón, después de 4 décadas el valor será de 4.000 dólares, después de 5 décadas el valor será de 8.000 dólares y después de 6 décadas el valor será de 16.000 dólares.

Pasarán 6 décadas hasta que el bono valga más de 10.000.

c. Se trata de una relación exponencial que puede modelarse mediante $y = a \cdot b^x$, donde a representa el valor inicial y b el factor de crecimiento.

En este caso, el valor inicial es de 250 dólares y el factor de crecimiento es 2 porque el valor en dólares se duplica cada década.

$\mathbf{v = 250 \cdot 2^d}$

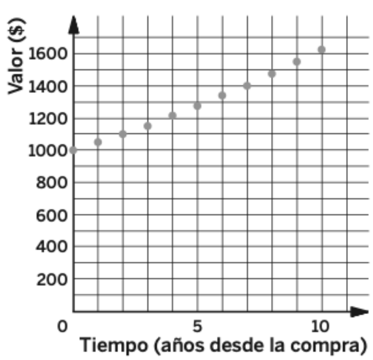
</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Comente esta pregunta con su estudiante:

- ¿Qué aspecto tendría la gráfica de esta ecuación exponencial? ¿Cómo lo sabes?

</td></tr>
</table>

Subunidad 3

Problema	Solución de ejemplo
Lección 10 La población de una bacteria es de 10,000. Se triplica cada día. a. Explica por qué la población de bacterias b es una función del número de días d puesto que fue medido en 10,000. b. Escribe una ecuación que relacione a *b* y *d*.	a. Una situación es una función si hay una cantidad, una variable independiente, que determina otra cantidad, la variable dependiente. Para cada valor de la variable independiente, hay uno y sólo un valor de la variable dependiente. **Para cualquier valor de *b*, sólo hay un valor correspondiente de *d* y la población depende del número de días que han pasado desde la medición inicial de 10,000.** b. Una función exponencial puede escribirse en la forma de $y = a \cdot b^x$, donde a representa el valor inicial y b el factor de crecimiento. El valor inicial de las bacterias es 10,000 y el factor de crecimiento es 3. $\mathbf{b = 10000 \cdot 3^d}$
Comente estas preguntas con su estudiante: ● ¿Cuál es la variable independiente? ¿La variable dependiente? ● ¿Cómo convertirías esta ecuación en notación de funciones?	
Lección 11 La función f(t) da el valor en dólares de un bono t años después de la compra del bono. Se muestra la gráfica de f(t).  a. ¿Qué es *f*(0)? ¿Qué significa en esta situación? b. ¿Qué es f(4.5)? ¿Qué significa en esta 400 situación?	a. f(0) representa la salida cuando la entrada es 0, **f(0)=1000.** Esta es la intersección y de la función, lo que significa que es el valor inicial del bono. **El valor del bono cuando se compró era de 1,000 dólares.** b. f(4,5) representa la salida cuando la entrada es 4,5. Observando el gráfico cuando t=4,5, el valor y es de aproximadamente 1250, **f(4.5)=1250.**

c. ¿Cuándo es f(t) = 1500? ¿Qué significa esto en esta situación?	La entrada 4,5 está en años y la salida 1250 representa el valor del bono. **El valor del bono después de 4,5 años era de unos 1,250 dólares.** c. f(t)=1500 representa la entrada desconocida *t* cuando la salida es 1500. Observando la gráfica, cuando el valor y es 1500, el valor aproximado de *t* es un poco más de 8. **Cuando la salida es 1500, la entrada es un poco más de 8.** La entrada 8 está en años y la salida 1500 representa el valor del bono. **El valor del bono es de 1,500 dólares después de algo más de 8 años.**
Comente esta pregunta con su estudiante: ● ¿Podría la función $f(t)=1000^t \cdot 1{,}05$ modelar esta situación? ¿Por qué? o ¿Por qué no?	

Subunidad 4

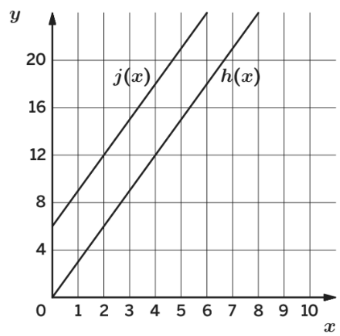
Problema	Solución de ejemplo
Lección 16 En 2011, la población de ciervos en un bosque era de 650. a. En 2012, la población aumentó un 15%. Escribe una expresión, utilizando sólo la multiplicación, que represente la población de ciervos en 2012. b. En 2013, la población volvió a aumentar en 15% Escribe una expresión que represente la población de ciervos en 2013. c. Si la población de ciervos sigue aumentando en 15% cada año, escribe una expresión que represente la población de ciervos t después de 2012.	a. La población inicial de los ciervos era de 650, 1 año después la población aumentó un 15%. Esto significa que el valor inicial será de 650 y la tasa de crecimiento de 1,15. Esto puede ser modelado por **650 · (1.15).** b.La población inicial de ciervos era de 650, un año después la población aumentó un 15%, y al año siguiente la población aumentó un 15%. Esto puede ser modelado por 650 · (1.15)· (1.15) que se simplifica a **$650 \cdot (1.15)^2$** . c. La población inicial de los ciervos era de 650, si cada año la población aumenta un 15%, entonces seguirá multiplicando la población del año

	anterior por 1,15. Si los años posteriores a 2012 están representados por *t*, se puede modelar por **$650 \cdot (1.15)^t$** .

Comente esta pregunta con su estudiante:

- Si una población de bisontes comenzó con 650 bisontes en 2011, pero la población aumentó a una tasa del 12% cada año después de 2012, ¿cómo se compararían las gráficas de las dos poblaciones de animales?

<u>Subunidad 5</u>

Problema	Solución de ejemplo
Lección 21 Las dos líneas del plano de coordenadas son gráficas de las funciones graphs h(x) y j(x). ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera? Selecciona todas las que correspondan.  A. Cada vez que x aumenta en 1, h(x) aumenta en 1. B. Cada vez que x aumenta en 1, j(x) aumenta en 3. C. Si la gráfica de j(x) tiene una pendiente de 3, entonces a medida que x aumenta en 3, j(x) aumenta en 1. D. Cada vez que x aumenta en 2, h(x) aumenta en 2. E. Las gráficas son paralelas, así que cuando x aumenta en 2, los valores de h(x) y j(x) aumentan en la misma cantidad.	La gráfica de h(x) tiene una pendiente de 3, por lo que cada vez que el valor de x aumenta en 1, el valor de y, que es el valor de h(x), aumenta en 3. A no es correcto. La gráfica de j(x) tiene una pendiente de 3, por lo que cada vez que el valor de x aumenta en 1, el valor de y, que es el valor de j(x), aumenta en 3. **B es correcto**. La gráfica de j(x) tiene una pendiente de 3, por lo que al aumentar x en 1, j(x) aumenta en 3. Si x aumenta en 3, j(x) aumenta en 9, no en 1. C no es correcto. La gráfica de h(x) tiene una pendiente de 3, por lo que al aumentar x en 1, h(x) aumenta en 3. Si x aumenta en 2, h(x) aumenta en 6, no en 2. D no es correcto. Las gráficas de j(x) y h(x) tienen la misma pendiente de 3, por lo que son paralelas. Esto significa que cuando x aumenta en 1, tanto h(x) como j(x) aumentan en 3, y si x aumenta en 2, tanto h(x) como j(x) aumentarán en la misma cantidad. **E es correcto**.

Comente esta pregunta con su estudiante:

- ¿Todas las rectas paralelas aumentan en la misma cantidad cuando el valor de x aumenta en la misma cantidad? ¿Por qué sí o por qué no?

Respuestas de ejemplo a las preguntas de discusión

Puede haber varias respuestas.

- ¿Cómo puedes determinar la diferencia común en una tabla? ¿El factor común?
    - *Para determinar la diferencia común en una tabla, resta dos salidas consecutivas, y luego las siguientes salidas consecutivas para ver si difieren en el mismo valor, si lo hacen, este valor es la diferencia común. Para determinar el factor común en una tabla, divide dos salidas consecutivas, y luego las siguientes salidas consecutivas para ver si tienen la misma proporción, si la tienen, esta proporción es el factor común.*

- ¿Cuál es el siguiente término de cada tabla cuando x=5?
    - *En la tabla A, el siguiente término es 29. En la tabla B, el siguiente término es 25. En la tabla C, el siguiente término es 144. En la tabla D, el siguiente término es 6.*

- ¿Qué aspecto tendría la gráfica de esta ecuación exponencial? ¿Cómo lo sabes?
    - *La gráfica de esta ecuación exponencial tendría una intersección y de 250 porque ese es el valor inicial. El siguiente punto de la gráfica sería (1, 500), luego (2, 1000), y así sucesivamente porque el factor de crecimiento es 2. La forma de la gráfica se inclinaría rápidamente hacia arriba porque esta situación representa un crecimiento exponencial.*

- ¿Cuál es la variable independiente? ¿La variable dependiente?
    - *La variable independiente es el número de días, d, y la variable dependiente es la población b.*

- ¿Cómo convertirías esta ecuación en notación de funciones?
    - *La ecuación puede convertirse en notación de función sustituyendo la variable b por f(d).*

- ¿Podría la función $f(t)=1000^t \cdot 1{,}05$ modelar esta situación? ¿Por qué? o ¿Por qué no?
    - *No, 1000 representa el valor inicial de la función, no la tasa de crecimiento. El 1,05 representa la tasa de crecimiento, no el valor inicial. La situación puede ser modelada por $f(t)=1.05^t \cdot 1000$.*

- Si una población de bisontes comenzó con 650 bisontes en 2011, pero la población aumentó a una tasa del 12% cada año después de 2012, ¿cómo se compararían las gráficas de las dos poblaciones de animales?
    - *La población de ciervos tiene una tasa de crecimiento mayor, por lo que la gráfica crecerá más rápidamente. Para cualquier coordenada x dada, la gráfica que representa a la población de ciervos tendrá una coordenada y mayor que la gráfica que representa a la población de bisontes.*

- ¿Todas las rectas paralelas aumentan en la misma cantidad cuando el valor de x aumenta en la misma cantidad? ¿Por qué sí o por qué no?

- *Sí, las rectas paralelas tienen la misma pendiente, lo que significa que cada vez que aumenta el valor de x, el valor de y aumentará en la misma cantidad. Por ejemplo, si dos rectas paralelas tienen una pendiente de 4, cuando x aumenta en 1, los valores de y aumentan en 4. Cuando x aumenta en 2, los valores de y aumentan en 8, y así sucesivamente.*