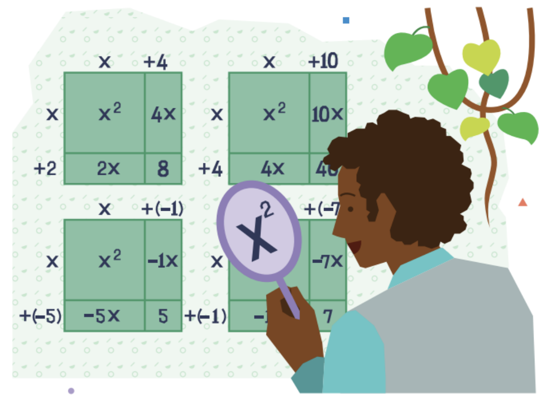
Amplify Math

Algebra 1, Unit 6 —Quadratic Equations

Unit 6 Caregiver Support

Unit Overview + Narrative Connections



In this unit students are introduced to the evolution of solving quadratic equations. They learn that early motivation for the development of quadratic equations stemmed from solving problems about area. Students are introduced to several strategies for factoring quadratic expressions so they may set the expressions equal to zero to determine solutions. Students return to the geometric concept of the square to solve quadratic equations as they are introduced to the method of completing the square. They examine the efficiency of different strategies learned and are introduced to the latest way to solve quadratic equations, discovered in 2019.

Prior Learning	Current Learning	Future Learning
• Graphs and different algebraic forms of quadratic functions • Writing, graphing, and understanding quadratic functions in real-world scenarios	• Solving quadratic equations using factoring or completing the square • Using the quadratic formula to solve quadratic equations • Using the structure of the equation to determine the most efficient strategy for solving	• Solving quadratic equations with complex solutions • Exploring polynomial functions and their roots

Key Ideas

- The solutions of a *quadratic equation* can be determined by identifying the x-intercepts on the graph of the function.
- Quadratic equations can be factored to solve for the unknown variable.
- Quadratic equations can be written as perfect squares to solve for the unknown variable.
- Quadratic equations can be written in vertex form by *completing the square*.
- The *quadratic formula* can be used to solve any quadratic equation.
- The structure of the quadratic equation can be used to determine the most efficient strategy for solving.

Vocabulary

quadratic equation	An equation of the second degree, meaning it contains at least one term that is squared.	$ax^2+bx+c=0$ $4x^2-x+6=0$ $x^2-4=0$
plus-or-minus (±)	A symbol used to represent both the positive and negative of a number.	$x^2=9$ $x=\pm 3$
Zero Product Principle	$a \cdot b=0$ if and only if $a=0$ or $b=0$	If $(x+5)x=0$, then $x+5=0$ or $x=0$
coefficient	A number that is multiplied by a variable, typically written in front of or "next to" the variable, often without a multiplication symbol.	In the expression $3w+17$, the coefficient is 3.
constant term	In an expression, the constant term is the term without a variable.	In the expression $3w+17$, the constant term is 17.
linear term	In an expression, the linear term is the term with the variable raised to the first power.	In the expression $12x^2+9x-5$, the linear term is $9x$.
difference of squares	Two terms that are squared and are separated by a subtraction sign.	x^2-9 $49-25y^2$
monic quadratic	An equation of the form $ax^2+bx+c=0$ where a equals 1.	$x^2+2x-3=0$
non-monic quadratic	An equation of the form $ax^2+bx+c=0$ where a does not equal 1 or 0.	$4x^2-x+10=0$
square expression	An expression that represents the product of two identical expressions.	x^2 $(w-2)^2$ $(2x+1)^2$
completing the square	Completing the square in a quadratic expression means transforming it into the form $a(x-h)^2+k$.	Rewrite $2x^2-4x+1$ as $2(x-1)^2+3$
rationalizing the denominator	Rewriting an expression with an irrational denominator so that an	$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

	exact solution may be found rather than an approximation.	
quadratic formula	The formula that gives the solutions of the quadratic equation $ax^2 + bx + c = 0$, where a is not 0.	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Example Problems + Discussion Prompts

Sub-Unit 1

Problem	Sample Solution
Lesson 4 If the quadratic equation $x(x+9) = 0$ is true, according to the Zero Product Principle, what must also be true?	$\mathbf{x = 0}$ **or** $x + 9 = 0$
Discuss this question with your student: ● How can you explain the Zero Product Principle in your own words?	

Sub-Unit 2

Problem	Sample Solution
Lesson 6 Determine the missing values for each pair of equivalent expressions. a. $x^2 - 5x + 6$ and $(x-2)(x \quad)$ b. $x^2 - 5x - 6$ and $(x+1)(x \quad)$ c. $x^2 \quad x \quad$ and $(x+4)(x-7)$	a. $(\mathbf{x - 2})(\mathbf{x - 3})$ b. $(\mathbf{x + 1})(\mathbf{x - 6})$ c. $x(x-7) + 4(x-7)$ $x^2 - 7x + 4x - 28$ $\mathbf{x^2 - 3x - 28}$
Discuss this question with your student: ● How can you determine when the factors will have addition or subtraction?	
Lesson 8 Write each expression in factored form. If it is not factorable, then write *not possible*. a. $144 - z^2$ b. $x^2 + 81$ c. $c^2 - g^2$	a. $(\mathbf{12 + z})(\mathbf{12 - z})$ b. ***not possible*** c. $(c+g)(c-g)$

Discuss this question with your student:	
• Both the expressions $(4-m)(4+m)$ and $(m-4)(m+4)$ contain a sum and a difference, with only the terms 4 and m in each factor. If each expression is rewritten in standard form, will the two standard expressions be equivalent? Why or why not?	
Lesson 9 Find *all* the solutions to each equation. a. $(5x-1)(x+8)=0$ b. $w(2w-6)=0$ c. $(8-m)(8+m)=0$	a. $(5x-1)(x+8)=0$ $5x-1=0$ or $x+8=0$ $5x=1$ $\quad$ $\boldsymbol{x=-8}$ $\boldsymbol{x=\frac{1}{5}}$ b. $w(2w-6)=0$ $\boldsymbol{w=0}$ or $2w-6=0$ $2w=6$ $\boldsymbol{w=3}$ c. $(8-m)(8+m)=0$ $8-m=0$ *or* $8+m=0$ $\boldsymbol{8=m}$ $\quad$ $\boldsymbol{m=-8}$
Discuss these questions with your student: • Each of the above quadratic equations had two distinct solutions. How is it possible for a factored quadratic equation to have only one solution? • Can a factored quadratic equation have no solutions? Why or why not?	

Sub-Unit 3

Problem	Sample Solution
Lesson 12 Consider the incomplete quadratic expression x^2+22x+ _____. a. What value can be added to make the expression a square expression? b. Write the square expression in factored form.	a. $\frac{22}{2}=11$ $11^2=121$ $x^2+22x+\mathbf{121}$ b. $\mathbf{(x+11)^2}$
Discuss these questions with your student: • How can you determine the factored form of the expression by looking back at the work you did to complete the square? • Is it possible to complete the square if the linear term has an odd coefficient?	

Lesson 13 Solve this equation by completing the square. $x^2 - 4x - 10 = 2$	$x^2 - 4x - 10 = 2$ $x^2 - 4x + \quad = 12 \qquad \frac{-4}{2} = -2$ $x^2 - 4x + 4 = 16 \qquad (-2)^2 = 4$ $(x-2)^2 = 16$ $\sqrt{(x-2)^2} = \pm\sqrt{16}$ $x - 2 = 4$ or $x - 2 = -4$ $\mathbf{x = 6}$ **or** $\mathbf{x = -2}$

Discuss this question with your student:

- What is the main task in using completing the square to solve a quadratic equation?

<u>Sub-Unit 4</u>

Problem	Sample Solution
Lesson 17 Determine which of the following statements are *always true*, *true for some numbers*, or *never true.* Explain your thinking. a. Two irrational numbers added together will result in another irrational number. b. Multiplying an irrational number by a non-zero irrational number will result in another irrational number. c. The sum of an irrational number and a rational number is sometimes rational.	a. ***always true*** b. ***true for some numbers*** c. ***never true***

Discuss this question with your student:

- What has to be true about the value of r for $\sqrt{3+r}$ to be a rational number?

Sub-Unit 5

Problem	Sample Solution
Lesson 20 For each equation, identify the values of a, b, and c. a. $14 - 2x + x^2 = 0$ b. $3x^2 = 2x - 5$ c. $x^2 = 49$	a. $\boldsymbol{a = 1}$ $\boldsymbol{b = -2}$ $\boldsymbol{c = 14}$ b. $\boldsymbol{a = 3}$ $\boldsymbol{b = -2}$ $\boldsymbol{c = 5}$ c. $\boldsymbol{a = 1}$ $\boldsymbol{b = 0}$ $\boldsymbol{c = -49}$
Discuss these questions with your student: • What do you think is the most common mistake students make when identifying a, b, and c? • How could this common mistake be avoided?	
Lesson 22 A T-shirt is launched into the crowd by a small cannon. The function $g(t) = -4.9t^2 + 20t + 2$ models the height, in meters, of the T-shirt t seconds after it has been launched. a. Write an equation to determine when the T-shirt will hit the ground if it is not caught. b. Use the quadratic formula to determine when the T-shirt hits the ground. Round to the nearest thousandths.	a. $\boldsymbol{0 = -4.9t^2 + 20t + 2}$ b. $a = -4.9,\ b = 20,\ c = 2$ $t = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $t = \dfrac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4(-4.9)(2)}}{2(-4.9)}$ $t = \dfrac{-20 \pm \sqrt{400 - (-39.2)}}{-9.8}$ $t = \dfrac{-20 \div \sqrt{439.2}}{-9.8}$ $t = \dfrac{-20 + 20.9714}{-9.8}$ or $t = \dfrac{-20 - 20.9714}{-9.8}$ $t = -0.099$ or $t = 4.181$ **The T-shirt will hit the ground approximately** 4.181 **seconds after launch.**

Discuss these questions with your student:

- Why do you think you were instructed to use the quadratic formula to solve this equation instead of completing the square?
- Would you still be able to use the quadratic formula if you wanted to know when the T-shirt would be 3 meters above the ground?

Sample Answers to Discussion Questions

Answers may vary.

- How can you explain the Zero Product Principle in your own words?
  - *The Zero Product Principle basically states that when you multiply any two quantities together and the result is zero, at least one of those quantities must have been zero to begin with.*

- How can you determine when the factors will have addition or subtraction?
  - *To determine the signs within the factors, first look at the constant term of the quadratic expression when it is in standard form. If the constant term is positive, you know that the two factors both have addition or both have subtraction. If the constant term is negative then one factor will be addition and the other will be subtraction. The coefficient of the linear term will also help you decide which factors have addition or subtraction. If the constant term is positive and the linear term has a positive coefficient, then both factors will use addition. If the constant term is positive and the coefficient of the linear term is negative, both factors will use subtraction. If the constant term is negative then the sign of the coefficient of the linear term will indicate the sign of the 'larger' factor . For example, if the constant term and the coefficient of the linear term are both negative, the 'larger' factor will use subtraction and the other will use addition. If the constant term is negative and the coefficient of the linear term is positive, the 'larger' factor will use addition while the other factor will use subtraction.*

- Both the expressions $(4-m)(4+m)$ and $(m-4)(m+4)$ contain a sum and a difference, with only the terms 4 and m in each factor. If each expression is rewritten in standard form, will the two standard expressions be equivalent? Why or why not?
  - *No, the two expressions will not be equivalent. The first expression will be $16-m^2$ while the second expression is m^2-16. The order in which two numbers are subtracted makes a difference in the final outcome.*

- Each of the above quadratic equations had two distinct solutions. How is it possible for a factored quadratic equation to have only one solution?
  - *It is possible for the two factors to be identical, such as $(x-3)(x-3)=0$.*

- Can a factored quadratic equation have no solutions? Why or why not?
    - *If a quadratic equation can be factored with real numbers then it will have at least one solution. It is possible for a quadratic equation to have no solutions, but those equations cannot be factored.*

- How can you determine the factored form of the expression by looking back at the work you did to complete the square?
    - *To determine the perfect square that needs to be added, I had to use half of the coefficient of the linear term. This value is the same number placed in the squared factor. For example, to complete the square of* $x^2 - 6x$*, I would find half of* -6*, which is* -3*. Then I would square* -3 *to determine the number that needs to be added. - which is* 9*. So,* $x^2 - 6x + 9$ *is now a perfect square. To write it in factored form, I would look back at the step where I found half of the coefficient of the linear term:* -3*.*
    $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

- Is it possible to complete the square if the linear term has an odd coefficient?
    - *Yes, it is possible to complete the square if the linear term has an odd coefficient because it is possible to find half of an odd number. The only difference is that the result will be a fraction or decimal instead of an integer.*

- What is the main task in using completing the square to solve a quadratic equation?
    - *The main task is to rewrite the quadratic equation as a perfect square so that you can use the square root of both sides to solve the equation.*

- What has to be true about the value of r for $\sqrt{3+r}$ to be a rational number?
    - *For* $\sqrt{3+r}$ to be a rational number, $3+r$ *must be a perfect square. There are many values of* r *that would work. Some of them are* $r=1,\ r=6,\ r=13,\ r=22,\ r=33,\ r=46,\ r=61,\ r=78,\ r=97$.

- What do you think is the most common mistake students make when identifying a, b, and c?
    - *I think there are probably two common mistakes. The first mistake is probably to overlook the sign attached to the coefficients or the constant. The second mistake is to misidentify* a, b*, or* c *because the quadratic is not written in the standard form* $ax^2 + bx + c = 0$.

- How could this common mistake be avoided?
    - *The best way to avoid mistakes is to be methodical. Always make sure the equation is written as* $ax^2 + bx + c = 0$ *before doing anything else. Also, take the time to write down the values of* a, b*, and* c.

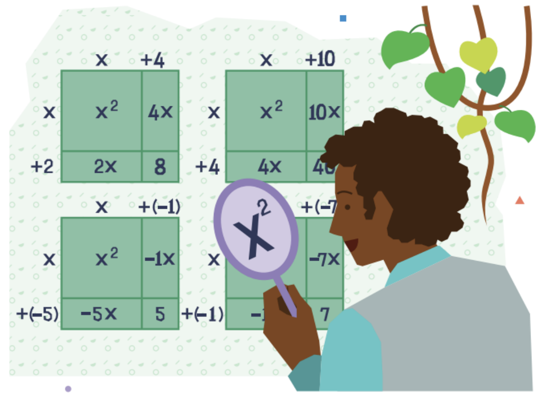
- Why do you think you were instructed to use the quadratic formula to solve this equation instead of completing the square?

- *I think I was instructed to use the quadratic formula instead of completing the square because the numbers in the problem are unusual. Specifically, there is a coefficient of* -4.9 *on the squared term. Completing the square is an efficient way to solve when* $a=1$.

- Would you still be able to use the quadratic formula if you wanted to know when the T-shirt would be 3 meters above the ground?
  - *Yes, I could still use the quadratic formula. I would set the equation equal to* 3 *originally but then rewrite it so that it was in the form* $ax^2+bx+c=0$ *before identifying* a b, *and* c.

Apoyo para cuidadores/as, Unidad 6

Vista general de la unidad + Conexiones narrativas



En esta unidad se introduce a los/as estudiantes en la evolución de la resolución de ecuaciones cuadráticas. Aprenden que la motivación inicial para el desarrollo de las ecuaciones cuadráticas surgió de la resolución de problemas sobre el área. Los/as estudiantes son introducidos a varias estrategias para factorizar expresiones cuadráticas para que puedan establecer las expresiones iguales a cero para determinar las soluciones. Los estudiantes regresan al concepto geométrico del cuadrado para resolver ecuaciones cuadráticas cuando se les presenta el método de completar el cuadrado. Examinan la eficacia de las diferentes estrategias aprendidas y se les presenta la última forma de resolver ecuaciones cuadráticas, descubierta en 2019.

Aprendizaje previo	Aprendizaje actual	Aprendizaje futuro
• Gráficas y diferentes formas algebraicas de las funciones cuadráticas • Escribir, graficar y comprender las funciones cuadráticas en escenarios del mundo real	• Resolución de ecuaciones cuadráticas mediante la factorización o completando el cuadrado • Utilizar la fórmula cuadrática para resolver ecuaciones cuadráticas • Utilizar la estructura de la ecuación para determinar la estrategia más eficiente para resolver	• Resolución de ecuaciones cuadráticas con soluciones complejas • Explorar las funciones polinómicas y sus raíces

Ideas clave

- Las soluciones de una *ecuación cuadrática* se pueden determinar identificando la intersección x en la gráfica de la función.
- Las ecuaciones cuadráticas se pueden factorizar para resolver la variable desconocida.
- Las ecuaciones cuadráticas se pueden escribir como cuadrados perfectos para resolver la variable desconocida.
- Las ecuaciones cuadráticas se pueden escribir en forma de vértice *completando el cuadrado*.

- La *fórmula cuadrática* puede utilizarse para resolver cualquier ecuación cuadrática.
- La estructura de la ecuación cuadrática puede utilizarse para determinar la estrategia más eficiente para resolverla.

Vocabulario

ecuación cuadrática	Ecuación del segundo grado, lo que significa que contiene a lo menos un término que está al cuadrado.	$ax^2+bx+c=0$ $4x^2-x+6=0$ $x^2-4=0$
símbolo de más menos (±)	Símbolo usado para representar tanto el positivo como el negativo de un número.	$x^2=9$ $x=\pm 3$
Principio de producto cero	$a\cdot b=0$ si y solo si $a=0$ or $b=0$	If $(x+5)x=0$, then $x+5=0$ or $x=0$
coeficiente	Un número que se multiplica por una variable, normalmente escrito delante o "al lado" de la variable, a menudo sin símbolo de multiplicación.	En la expresión $3w+17$, el coeficiente es 3.
término constante	En una expresión, el término constante es el término sin variable.	En la expresión $3w+17$, el término constante es 17.
término lineal	En una expresión, el término lineal es el término con la variable elevada a la primera potencia.	En la expresión $12x^2+9x-5$, el término lineal es $9x$.
diferencia de cuadrados	Dos términos al cuadrado y que están separados por un signo de resta.	x^2-9 $49-25y^2$
ecuación cuadrática mónica	Ecuación de la forma $ax^2+bx+c=0$ en la cual a equivale a 1.	$x^2+2x-3=0$
ecuación cuadrática no-mónica	Ecuación de la forma $ax^2+bx+c=0$ en la cual a no equivale a 1 o 0.	$4x^2-x+10=0$
expresiones cuadradas	Una expresión que representa el producto de dos expresiones idénticas.	x^2 $(w-2)^2$ $(2x+1)^2$

completar el cuadrado	Completar el cuadrado en una expresión cuadrática significa transformarla en la forma $a(x-h)^2+k$.	Reescribir $2x^2-4x+1$ as $2(x-1)^2+3$
racionalizar el denominador	Reescribir una expresión con un denominador irracional para poder encontrar una solución exacta en lugar de una aproximación.	$\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$
fórmula cuadrática	Fórmula que provee las soluciones de la ecuación cuadrática $ax^2+bx+c=0$, en la cual a no es 0.	$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Problemas de ejemplo + Temas de discusión

Subunidad 1

Problema	Solución de ejemplo
Lección 4 Si la ecuación cuadrática $x(x+9)=0$ es verdadera, ¿qué afirmación es también verdadera según el Principio del producto cero?	$\mathbf{x=0}$ **o** $x+9=0$
Comente esta pregunta con su estudiante: ● ¿Cómo puedes explicar el Principio de Producto Cero con tus propias palabras?	

Subunidad 2

Problema	Solución de ejemplo
Lección 6 Determina los valores que faltan para cada par de expresiones equivalentes. a. x^2-5x+6 y $(x-2)(x\quad)$ b. x^2-5x-6 y $(x+1)(x\quad)$ c. $x^2\quad x\quad$ y $(x+4)(x-7)$	a. $(\mathbf{x}-2)(\mathbf{x}-3)$ b. $(\mathbf{x}+1)(\mathbf{x}-6)$ c. $x(x-7)+4(x-7)$ $x^2-7x+4x-28$ $\mathbf{x^2-3x-28}$
Comente esta pregunta con su estudiante:	

● ¿Cómo puedes determinar cuándo los factores tendrán suma o resta?

Lección 8 Escribe cada expresión en forma factorizada. Si no es posible, escribe *no es posible*. a. $144-z^2$ b. x^2+81 c. c^2-g^2	a. $(12+\mathrm{z})(12-\mathrm{z})$ b. ***no es posible*** c. $(c+g)(c-g)$

Comente esta pregunta con su estudiante:
● Ambas expresiones $(4-m)(4+m)$ y $(m-4)(m+4)$ contienen una suma y una diferencia, con sólo los términos 4 y m en cada factor. Si cada expresión se reescribe en forma estándar, ¿serán equivalentes las dos expresiones estándar? ¿Por qué sí o por qué no?

Lección 9 Encuentra *todas* las soluciones de cada ecuación. a. $(5x-1)(x+8)=0$ b. $w(2w-6)=0$ c. $(8-m)(8+m)=0$	a. $(5x-1)(x+8)=0$ $5x-1=0$ or $x+8=0$ $5x=1$ $\quad$ $\boldsymbol{x=-8}$ $\boldsymbol{x=\frac{1}{5}}$ b. $w(2w-6)=0$ $\boldsymbol{w=0}$ or $2w-6=0$ $2w=6$ $\boldsymbol{w=3}$ c. $(8-m)(8+m)=0$ $8-m=0$ *or* $8+m=0$ $\boldsymbol{8=m}$ $\quad$ $\boldsymbol{m=-8}$

Comente estas preguntas con su estudiante:
● Cada una de las ecuaciones cuadráticas anteriores tenía dos soluciones distintas. ¿Cómo es posible que una ecuación cuadrática factorizada tenga sólo una solución? ● ¿Puede una ecuación cuadrática factorizada no tener soluciones? ¿Por qué sí o por qué no?

<u>Subunidad 3</u>

Problema	Solución de ejemplo
Lección 12 Considere la expresión cuadrática incompleta x^2+22x+ _____.	a. $\frac{22}{2}=11$ $11^2=121$ $x^2+22x+\mathbf{121}$

a. ¿Qué valor se puede añadir para que la expresión sea una expresión cuadrada? b. Escribe la expresión cuadrada en forma factorizada.	b. $(x+11)^2$
Comente estas preguntas con su estudiante: ● ¿Cómo puedes determinar la forma factorizada de la expresión mirando el trabajo que hiciste para completar el cuadrado? ● ¿Es posible completar el cuadrado si el término lineal tiene un coeficiente impar?	
Lección 13 Resuelve esta ecuación completando el cuadrado. $x^2-4x-10=2$	$x^2-4x-10=2$ $x^2-4x+\quad=12 \qquad \frac{-4}{2}=-2$ $x^2-4x+4=16 \qquad (-2)^2=4$ $(x-2)^2=16$ $\sqrt{(x-2)^2}=\pm\sqrt{16}$ $x-2=4$ or $x-2=-4$ $\boldsymbol{x=6}$ **or** $\boldsymbol{x=-2}$
Comente esta pregunta con su estudiante: ● ¿Cuál es la tarea principal al utilizar la función de completar el cuadrado para resolver una ecuación cuadrática?	

Subunidad 4

Problema	Solución de ejemplo
Lección 17 Determina cuáles de las siguientes afirmaciones son *siempre verdaderas*, *verdaderas para algunos números* o *nunca verdaderas*. Explica tu razonamiento. a. Dos números racionales sumados juntos siempre serán un número racional. b. Multiplicar un número irracional por otro número irracional que no sea cero resultará en un número irracional. c. La suma de un número racional y un número irracional es a veces racional.	a. ***siempre verdadera*** b. ***verdadera para algunos números*** c. ***nunca verdadera***

Comente esta pregunta con su estudiante:

- ¿Qué tiene que ser verdadero en el valor de r para $\sqrt{3+r}$ que sea un número racional?

Subunidad 5

Problema	Solución de ejemplo
Lección 20 Para cada ecuación, identifica los valores de a, b, y c. a. $14-2x+x^2=0$ b. $3x^2=2x-5$ c. $x^2=49$	a. $\boldsymbol{a=1}$ $\boldsymbol{b=-2}$ $\boldsymbol{c=14}$ b. $\boldsymbol{a=3}$ $\boldsymbol{b=-2}$ $\boldsymbol{c=5}$ c. $\boldsymbol{a=1}$ $\boldsymbol{b=0}$ $\boldsymbol{c=-49}$
Comente estas preguntas con su estudiante: • ¿Cuál crees que es el error más común que cometen los/as estudiantes al identificar a, b, y c? • ¿Cómo se puede evitar este error tan común?	
Lesson 22 Se lanza una camiseta a la multitud mediante un pequeño cañón. La función $g(t)=-4.9t^2+20t+2$ modela la altura, en metros, de la camiseta segundos después de ser lanzada. a. Escribe una ecuación para determinar el momento en que la camiseta caerá al suelo si no es atrapada. b. Utiliza la fórmula cuadrática para determinar el momento en que la camiseta toca el suelo. Redondea a las milésimas más cercanas.	a. $\boldsymbol{0=-4.9t^2+20t+2}$ b. $a=-4.9,\ b=20,\ c=2$ $t=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $t=\frac{-20\pm\sqrt{20^2-4(-4.9)(2)}}{2(-4.9)}$ $t=\frac{-20\pm\sqrt{400-(-39.2)}}{-9.8}$ $t=\frac{-20\div\sqrt{439.2}}{-9.8}$ $t=\frac{-20+20.9714}{-9.8}$ or $t=\frac{-20-20.9714}{-9.8}$ $t=-0.099$ or $t=4.181$ **La camiseta tocará el suelo**

	aproximadamente 4.181 segundos después del lanzamiento.

Comente estas preguntas con su estudiante:

- ¿Por qué crees que te han indicado que utilices la fórmula cuadrática para resolver esta ecuación en lugar de completar el cuadrado?
- ¿Seguirías utilizando la fórmula cuadrática si quisieras saber cuándo la camiseta estará a 3 metros del suelo?

Respuestas de ejemplo a las preguntas de discusión

Puede haber varias respuestas.

- ¿Cómo puedes explicar el Principio de Producto Cero con tus propias palabras?
  - *El Principio del Producto Cero establece básicamente que cuando se multiplican dos cantidades cualesquiera y el resultado es cero, al menos una de esas cantidades debe haber sido cero al principio.*

- ¿Cómo puedes determinar cuándo los factores tendrán suma o resta?
  - *Para determinar los signos de los factores, primero mira el término constante de la expresión cuadrática cuando está en forma estándar. Si el término constante es positivo, se sabe que los dos factores tienen suma o ambos tienen resta. Si el término constante es negativo, entonces uno de los factores será una suma y el otro una resta. El coeficiente del término lineal también te ayudará a decidir qué factores tienen suma o resta. Si el término constante es positivo y el término lineal tiene un coeficiente positivo, entonces ambos factores utilizarán la suma. Si el término constante es positivo y el coeficiente del término lineal es negativo, ambos factores utilizarán la resta. Si el término constante es negativo, el signo del coeficiente del término lineal indicará el signo del factor "mayor". Por ejemplo, si el término constante y el coeficiente del término lineal son ambos negativos, el factor "mayor" utilizará la resta y el otro la suma. Si el término constante es negativo y el coeficiente del término lineal es positivo, el factor "mayor" utilizará la suma y el otro la resta.*

- Ambas expresiones $(4-m)(4+m)$ y $(m-4)(m+4)$ contienen una suma y una diferencia, con sólo los términos 4 y m en cada factor. Si cada expresión se reescribe en forma estándar, ¿serán equivalentes las dos expresiones estándar? ¿Por qué sí o por qué no?
  - *No, las dos expresiones no serán equivalentes. La primera expresión será $16-m^2$ mientras que la segunda expresión es m^2-16. El orden en que se restan dos números marca la diferencia en el resultado final.*

- Cada una de las ecuaciones cuadráticas anteriores tenía dos soluciones distintas. ¿Cómo es posible que una ecuación cuadrática factorizada tenga sólo una solución?
  - *Es posible que los dos factores sean idénticos, como por ejemplo* $(x-3)(x-3)=0$.

- ¿Puede una ecuación cuadrática factorizada no tener soluciones? ¿Por qué sí o por qué no?
  - *Si una ecuación cuadrática se puede factorizar con números reales, entonces tendrá al menos una solución. Es posible que una ecuación cuadrática no tenga soluciones, pero esas ecuaciones no se pueden factorizar.*

- ¿Cómo puedes determinar la forma factorizada de la expresión mirando el trabajo que hiciste para completar el cuadrado?
  - *Para determinar el cuadrado perfecto que hay que añadir, he tenido que utilizar la mitad del coeficiente del término lineal. Este valor es el mismo número colocado en el factor al cuadrado. Por ejemplo, para completar el cuadrado de* x^2-6x, *encontraría la mitad de* -6, *que es* -3. *Luego elevaría al cuadrado* -3 *para determinar el número que hay que sumar. - que es* 9. *Por tanto,* x^2-6x+9 *ahora es un cuadrado perfecto. Para escribirlo en forma factorizada, miraría hacia atrás en el paso donde encontré la mitad del coeficiente del término lineal:* -3. $x^2-6x+9=(x-3)^2$

- ¿Es posible completar el cuadrado si el término lineal tiene un coeficiente impar?
  - *Sí, es posible completar el cuadrado si el término lineal tiene un coeficiente impar porque es posible encontrar la mitad de un número impar. La única diferencia es que el resultado será una fracción o un decimal en lugar de un entero.*

- ¿Cuál es la tarea principal al utilizar la función de completar el cuadrado para resolver una ecuación cuadrática?
  - *La tarea principal es reescribir la ecuación cuadrática como un cuadrado perfecto para poder utilizar la raíz cuadrada de ambos lados para resolver la ecuación.*

- ¿Qué tiene que ser verdadero en el valor de r para $\sqrt{3+r}$ que sea un número racional?
  - *Para que* $\sqrt{3+r}$ sea un número racional, $3+r$ *debe ser un cua. Hay muchos valores de* r *que funcionaría. Algunos de ellos son* $r=1,\ r=6,\ r=13,\ r=22,\ r=33,\ r=46,\ r=61,\ r=78,\ r=97$.

- ¿Cuál crees que es el error más común que cometen los/as estudiantes al identificar a , b, y c?
  - *Creo que hay probablemente dos errores comunes. El primer error es probablemente pasar por alto el signo de los coeficientes o de la constante. El segundo error es identificar mal* a, b, *o* c *porque la cuadrática no está escrita en la forma estándar* $ax^2+bx+c=0$.

- ¿Cómo se puede evitar este error tan común?

- *La mejor manera de evitar errores es ser metódico. Asegúrate siempre de que la ecuación está escrita como* $ax^2 + bx + c = 0$ *antes de hacer cualquier otra cosa. Además, tómate el tiempo de escribir los valores de* a, b, *y* c.

- ¿Por qué crees que te han indicado que utilices la fórmula cuadrática para resolver esta ecuación en lugar de completar el cuadrado?

  - *Creo que me indicaron que usara la fórmula cuadrática en lugar de completar el cuadrado porque los números del problema son inusuales. En concreto, hay un coeficiente de* -4.9 *en el término cuadrado. Completar el cuadrado es una forma eficiente de resolver cuando* $a = 1$.

- ¿Seguirías utilizando la fórmula cuadrática si quisieras saber cuándo la camiseta estará a 3 metros del suelo?
  - *Sí, podría seguir utilizando la fórmula cuadrática. Pondría la ecuación igual a* 3 *originalmente pero luego la reescribiría para que estuviera en la forma* $ax^2 + bx + c = 0$ *antes de identificar* a b, *y* c.