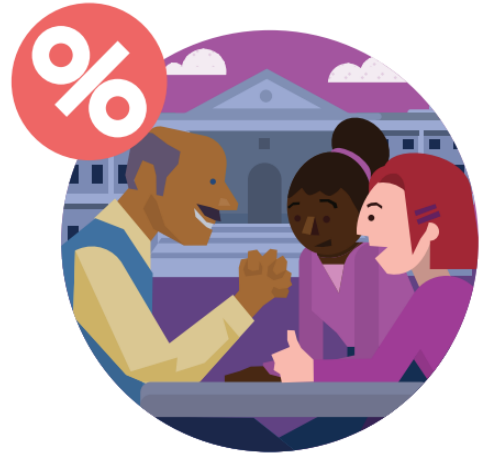


## Unit 3 Caregiver Support

### Unit Overview + Narrative Connections

In this unit, students will explore unit rates and percentages through the contexts of speed, price, and representation. They will leverage the structure of equivalent ratios using visual and algebraic tools to determine missing parts, wholes, and percentages. By connecting these mathematical concepts to more familiar ones, such as running a race, planning a school event, or counting the results of an election, students will come to understand rates and percentages as valuable tools for measurement, comparison, and decision-making.



Prior Learning	Current Learning	Future Learning
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Ratios and equivalent ratios</li> <li>● Ratio tables and double number lines</li> <li>● Constant rates</li> <li>● Measurement conversions</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Unit rates and percentages</li> <li>● Determining missing parts, wholes, and percentages</li> <li>● Comparing quantities with different totals using percentages</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Fraction division</li> <li>● Graphing ratio relationships</li> <li>● Proportional thinking</li> <li>● Financial Interest</li> </ul>

### Key Ideas

- Two ratios are equivalent if they have the same *unit rate*, or rate per 1. To determine a *unit rate*, the corresponding values for two quantities in a ratio relationship can be divided.
- A *percentage* is a rate that is given per 100 rather than per 1. Expressing rates as *percentages* can often feel more intuitive and give a better sense of the ratio at hand.
- Equivalent ratios can be used to determine a missing part, whole, or *percentage* in any percentage problem. Writing down known information in either a visual or algebraic way can help determine whether to multiply or divide to find the missing quantity.
- Two rates can only be compared directly if they are both *unit rates* or both *percentages*.

## Vocabulary

<b>rate</b>	A comparison of how two quantities change together	<p>The <i>double number line</i> shows that the <i>rate</i> 100 meters per 5 seconds is equivalent to the <i>unit rate</i> 20 meters per 1 second</p> <div style="text-align: center;"> <p><b>Distance traveled (m)</b></p> <p><b>Elapsed time (seconds)</b></p> </div>								
<b>unit rate</b>	How much one of the quantities in a rate changes when the other changes by 1									
<b>percentage</b>	A rate per 100	<p>The <i>ratio table</i> shows how to find 40% of 90 kg</p> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr style="background-color: #800080; color: white;"> <th style="padding: 5px;">Weight</th> <th style="padding: 5px;">Percent</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">90</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">100</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;"><math>\frac{90}{100}</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;"><math>(\frac{90}{100}) \times 40</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">40</td> </tr> </tbody> </table> <p style="font-size: small; margin-top: 5px;"> <span style="margin-right: 100px;"><math>\times \frac{1}{100}</math></span> <span><math>\times \frac{1}{100}</math></span> </p> <p style="font-size: small; margin-top: 5px;"> <span style="margin-right: 100px;"><math>\times 40</math></span> <span><math>\times 40</math></span> </p> </div>	Weight	Percent	90	100	$\frac{90}{100}$	1	$(\frac{90}{100}) \times 40$	40
Weight	Percent									
90	100									
$\frac{90}{100}$	1									
$(\frac{90}{100}) \times 40$	40									

### Example Problems + Discussion Prompts

#### Sub-Unit 1

Problem	Sample Solution
<p style="text-align: center;"><b>Lesson 2</b></p> <p>The double number line shows that 4 lbs of tomatoes costs \$14. Add tick marks and labels to the diagram to represent the price of 1, 2, and 3 lbs of tomatoes at this same rate.</p> <div style="text-align: center;"> <p><b>Cost (\$)</b></p> </div>	<p>Label the lower number line in equal portions with the numbers 1, 2, and 3. By division, 1 <b>lb costs</b> \$3.50. By multiplying the unit rate by both 2 and 3, 2 <b>lbs cost</b> \$7 and 3 <b>lbs cost</b> \$10.50.</p> <div style="text-align: center;"> <p><b>Cost (\$)</b></p> <p><b>Pounds of tomatoes</b></p> </div>

**Discuss these questions with your student:**

- How does labeling the lower number line help you determine when to multiply and when to divide in your solution?
- Can you continue the double number line to determine the cost of 5 lbs of tomatoes? Why or why not?

**Lesson 4**

Andre types 208 words in 4 minutes. Noah types 342 words in 6 minutes. Both type at a constant rate. Who types more quickly?

**Noah types more quickly.**

Andre's unit rate is  $208 \div 4 = 52$  words per minute.

Noah's unit rate is  $342 \div 6 = 57$  words per minute, which is more than Andre.

**Discuss this question with your student:**

- Suppose you graphed each student's total number of words typed on the  $y$ -axis and the total number of minutes passed on the  $x$ -axis. Which student would have the steeper line? What is the vertical distance between the lines after 5 minutes?

**Lesson 7**

Andre sometimes mows lawns on the weekend to earn extra money.

- Two weeks ago, he mowed a neighbor's lawn for 30 minutes and earned \$10.
- Last week, he mowed his uncle's lawn for 1.5 hours and earned \$30.
- This week, he mowed the lawn of a community center for 2 hours and earned \$30.

Which jobs pay better than others? Explain your thinking.

**The neighbor and uncle pay the best rates.**

To compare the rates of pay, divide to determine the unit rate (in this case, dollars per hour) that each job pays:

- 30 minutes is 0.5 of an hour, so the neighbor's unit rate is  $10 \div 0.5 = \$20$  per hour.
- Andre's uncle pays  $30 \div 1.5 = \$20$  per hour as well.
- The community center pays  $30 \div 2 = \$15$  per hour.

**Discuss this question with your student:**

- If Andre can only work for 2 hours this weekend, which jobs should he choose to earn the most money?

## Sub-Unit 2

Problem	Sample Solution
<p><b>Lesson 9</b></p> <p>A bathtub can hold 80 gallons of water. The faucet flows at a rate of 4 gallons per minute. What percent of the bathtub's capacity will be filled after 6 minutes? Show or explain your thinking.</p>	<p><b>After 6 minutes, the bathtub will be 30% full.</b></p> <p>After 6 minutes, 24 gallons have flowed from the faucet because <math>6 \cdot 4 = 24</math>. 24 is 30% of 80</p> <p>because <math>\frac{24}{80} = 0.3 = 30\%</math>.</p>
<p><b>Discuss this question with your student:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• How long will it take for the bathtub to fill completely?</li></ul>	
<p><b>Lesson 12</b></p> <p>There are 28 sixth graders and 14 seventh graders in the middle school band. The sixth graders make up 40% of the band members, the seventh graders make up 20% of the band members, and the rest of the band members are eighth graders. How many total members are there in the middle school band?</p>	<p><b>There are 70 total band members.</b></p> <p>Because 28 members represent 40%, divide by 4 to determine that 7 members represent 10%. Multiplying by 10, it must be that 70 members represent 100%.</p>
<p><b>Discuss this question with your student:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• What percent of the band members are eighth graders?</li></ul>	
<p><b>Lesson 14</b></p> <p>On a field trip, there are 3 chaperones for every 20 students. There are 92 people in total on the trip. How many chaperones are on the trip?</p>	<p><b>There are 12 chaperones on the trip.</b></p> <p>The ratio of chaperones to total people is 3 : 23. <math>92 \div 23 = 4</math>, so the total number of chaperones is <math>4 \cdot 3 = 12</math>.</p>
<p><b>Discuss these questions with your student:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• What percent of the people on the trip are chaperones?</li></ul>	

## Sample Answers to Discussion Questions

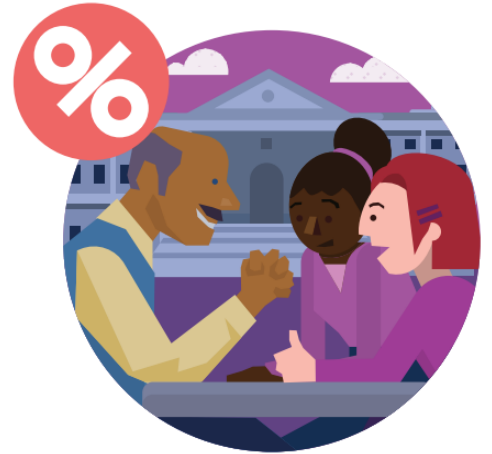
*Answers may vary.*

- How does labeling the lower number line help you determine when to multiply and when to divide in your solution?
  - *I can comfortably visualize 1 out of 4, which tells me that dividing \$14 by 4 gives the unit rate. From there, I can see that doubling the unit rate gives the rate for 2 lbs and tripling the unit rate gives the rate for 3 lbs.*
- Can you continue the double number line to determine the cost of 5 lbs of tomatoes? Why or why not?
  - *Yes. Because the rate for each pound remains the same, I can continue counting by \$3.50 to determine that 5 lbs of tomatoes cost \$17.50.*
- Suppose you graphed each student's total number of words typed on the  $y$ -axis and the total number of minutes passed on the  $x$ -axis. Which student would have the steeper line?
  - *Noah would have the steeper line because he types more quickly, so his total number of typed words should always be greater than Andre's.*
- If Andre can only work for 2 hours this weekend, which jobs should he choose to earn the most money?
  - *Andre should mow his neighbor's and uncle's lawns. This will take 2 hours and he will earn \$40. If Andre mowed the community center lawn, it would also take 2 hours, but he would only earn \$30.*
- How long will it take for the bathtub to fill completely?
  - *Because  $\frac{80}{4} = 20$ , it will take 20 minutes for the bathtub to fill completely.*
- What percent of band members are eighth graders?
  - *Because the sixth graders and seventh graders combined make up 60%, the eighth graders must make up  $100 - 60 = 40\%$  of the band members.*
- What percent are chaperones?
  - *By division,  $12 \div 92 \approx 0.13 = 13\%$ .*

## Apoyo para cuidadores/as, Unidad 3

### Vista general de la unidad + Conexiones narrativas

En esta unidad, los/as estudiantes explorarán las tasas unitarias y los porcentajes a través de los contextos de velocidad, precio y representación. Aprovecharán la estructura de las razones equivalentes usando herramientas visuales y algebraicas para determinar partes faltantes, enteros y porcentajes. Al conectar estos conceptos matemáticos con otros más familiares, tales como correr en una carrera, planear un evento escolar o contar los resultados de una elección, los/as estudiantes llegarán a comprender las tasas y los porcentajes como herramientas valiosas para medir, comparar y tomar decisiones.



Aprendizaje previo	Aprendizaje actual	Aprendizaje futuro
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Razones y razones equivalentes</li> <li>• Tablas de razones y líneas numéricas dobles</li> <li>• Tasas constantes</li> <li>• Conversiones de medidas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tasas unitarias y porcentajes</li> <li>• Determinar partes faltantes, enteros y porcentajes</li> <li>• Comparar cantidades con diferentes herramientas usando porcentajes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• División de fracciones</li> <li>• Graficar relaciones de razones</li> <li>• Razonamiento proporcional</li> <li>• Interés financiero</li> </ul>

### Ideas clave

- Dos razones son equivalentes si tienen la misma *tasa unitaria* o tasa por cada 1. Para calcular una *tasa unitaria*, se pueden dividir los valores correspondientes para dos cantidades en una relación de razón.
- Un *porcentaje* es una tasa que se da por cada 100 en lugar de por cada 1. Expresar tasas como *porcentajes* a menudo se puede sentir más intuitivo y dar una mejor idea de la tasa en cuestión.
- Las razones equivalentes se pueden usar para determinar una parte, entero o *porcentaje* faltante en cualquier problema de porcentaje. Escribir la información conocida en una forma visual o algebraica puede ayudar a determinar si se debe multiplicar o dividir la cantidad faltante.
- Dos tasas se pueden comparar directamente solo si las dos son *tasas unitarias* o *porcentajes*.

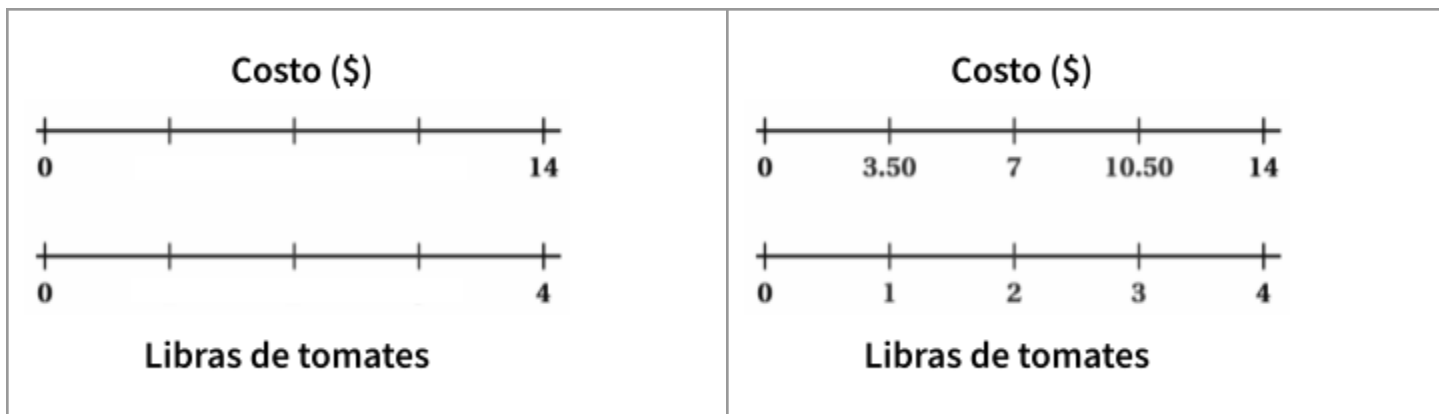
## Vocabulario

<b>tasa</b>	Una comparación de cuánto cambian dos cantidades en conjunto	La <i>línea numérica doble</i> muestra que la <i>tasa</i> 100 metros por 5 segundos es equivalente a la <i>tasa unitaria</i> 20 metros por 1 segundo										
<b>tasa unitaria</b>	Cuánto cambia una de las cantidades en una razón cuando la otra cambia por un factor de 1	<p style="text-align: center;"><b>Distancia recorrida (m)</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Tiempo transcurrido (segundos)</b></p>										
<b>porcentaje</b>	Una tasa por cada 100	<p>La <i>tabla de razones</i> muestra cómo calcular el 40% de 90 kg</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr style="background-color: #800080; color: white;"> <th style="width: 50%;"></th> <th style="width: 50%;"></th> </tr> <tr style="background-color: #800080; color: white;"> <th>Peso (kg)</th> <th>Porcentaje</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">90</td> <td style="text-align: center;">100</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\frac{90}{100}</math></td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\left(\frac{90}{100}\right) \times 40</math></td> <td style="text-align: center;">40</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;"> <math>\times \frac{1}{100}</math> (applied to the first two rows) and <math>\times 40</math> (applied to the last two rows)         </p>			Peso (kg)	Porcentaje	90	100	$\frac{90}{100}$	1	$\left(\frac{90}{100}\right) \times 40$	40
Peso (kg)	Porcentaje											
90	100											
$\frac{90}{100}$	1											
$\left(\frac{90}{100}\right) \times 40$	40											

### Problemas de ejemplo + Temas de discusión

#### Subunidad 1

Problema	Solución de ejemplo
<p><b>Lección 2</b></p> <p>La línea numérica doble muestra que 4 lb de tomates cuestan \$14. Agrega marcas de verificación y leyendas al diagrama para representar los precios de 1, 2 y 3 lb de tomates a esta misma tasa.</p>	<p>Etiqueta la línea numérica inferior con los números 1, 2 y 3 igualmente espaciados. Por división, <b>1 lb cuesta \$3.50</b>. Multiplicando la tasa unitaria para 2 y 3, <b>2 lb cuestan \$7</b> y <b>3 lb cuestan \$10.50</b>.</p>



**Comente esta pregunta con su estudiante:**

- ¿De qué manera el etiquetar la línea numérica inferior te ayuda a determinar cuándo multiplicar y cuándo dividir en tu solución?
- ¿Puedes continuar la línea numérica doble para calcular el costo de 5 lb de tomates? ¿Por qué sí o por qué no?

**Lección 4**

Andre teclea 208 palabras en 4 minutos. Noah teclea 342 palabras en 6 minutos. Ambos teclean a una velocidad constante. ¿Quién teclea más rápido?

**Noah teclea más rápido.**

La tasa unitaria de Andre es  $208 \div 4 = 52$  palabras por minuto.

La tasa unitaria de Noah es  $342 \div 6 = 57$  palabras por minuto, lo que es más que Andre.

**Comente esta pregunta con su estudiante:**

- Supongamos que graficaste el número total de palabras tecleadas de cada estudiante en el eje  $y$  y el número total de minutos transcurridos en el eje  $x$ . ¿Qué estudiante tendría la línea de pendiente más pronunciada? ¿Cuál es la distancia vertical entre las líneas después de 5 minutos?

**Lección 7**

Andre a veces corta céspedes el fin de semana para ganar dinero extra.

- Hace dos semanas, cortó el césped de un vecino durante 30 minutos y ganó \$10.
- La semana pasada, cortó el césped de su tío durante 1.5 horas y ganó \$30.
- Esta semana, cortó el césped de un centro comunitario durante 2 horas y ganó \$30.

¿Cuáles trabajos pagaron mejor que otros? Explica tu razonamiento.

**El vecino y el tío pagan las mejores tasas.**

Para comparar las tasas de pago, divide para determinar la tasa unitaria (en este caso, dólares por hora) que paga cada trabajo:

- 30 minutos es 0.5 horas, así que la tasa unitaria del vecino es  $10 \div 0.5 = \$20$  por hora.
- El tío de Andre paga  $30 \div 1.5 = \$20$  por hora también.
- El centro comunitario paga  $30 \div 2 = \$15$  por hora.

**Comente esta pregunta con su estudiante:**



- Si Andre solo puede trabajar durante 2 horas este fin de semana, ¿qué trabajos debería elegir para ganar la mayor cantidad de dinero?

## Sub-Unit 2

Problema	Solución de ejemplo
<p style="text-align: center;"><b>Lección 9</b></p> <p>A una tina de baño le caben 80 galones de agua. El grifo fluye a una tasa de 4 galones por minuto. ¿Qué porcentaje de la capacidad de la tina de baño se llenará después de 6 minutos? Muestra o explica tu razonamiento.</p>	<p><b>Después de 6 minutos, la tina estará 30% llena.</b></p> <p>Después de 6 minutos, habrán fluido 24 galones del grifo porque <math>6 \cdot 4 = 24</math>. 24 es 30% de 80 porque <math>\frac{24}{80} = 0.3 = 30\%</math>.</p>
<p><b>Comente esta pregunta con su estudiante:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuánto tiempo tomará para que la tina se llene completamente?</li> </ul>	
<p style="text-align: center;"><b>Lección 12</b></p> <p>Hay 28 estudiantes de sexto grado y 14 estudiantes de séptimo grado en la banda de la escuela secundaria. Los/as estudiantes de sexto grado constituyen el 40% de los/as miembros de la banda, los/as estudiantes de séptimo grado constituyen el 20% de los/as miembros de la banda, y el resto de los/as miembros de la banda son estudiantes de octavo grado. ¿Cuántos miembros en total hay en la banda de la escuela secundaria?</p>	<p><b>Hay 70 miembros en total en la banda.</b></p> <p>Puesto que 28 miembros representan el 40%, divide entre 4 para determinar que 7 miembros representan el 10%. Al multiplicar por 10, debe ser que 70 miembros representan el 100%.</p>
<p><b>Comente esta pregunta con su estudiante:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué porcentaje de miembros de la banda son estudiantes de octavo grado?</li> </ul>	
<p style="text-align: center;"><b>Lección 14</b></p> <p>En una excursión, hay 3 acompañantes por cada 20 estudiantes. Hay 92 personas en el viaje. ¿Cuántos/as acompañantes hay en la excursión?</p>	<p><b>Hay 12 acompañantes en la excursión.</b></p> <p>La razón de acompañantes al total de personas es <math>3 : 23</math>. <math>92 \div 23 = 4</math>, de modo que el número de acompañantes es <math>4 \cdot 3 = 12</math>.</p>
<p><b>Comente esta pregunta con su estudiante:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué porcentaje de personas en la excursión son acompañantes?</li> </ul>	

## Respuestas de ejemplo a las preguntas de discusión

*Puede haber varias respuestas.*

- ¿De qué manera el etiquetar la línea numérica inferior te ayuda a determinar cuándo multiplicar y cuándo dividir en tu solución?
  - *Puedo cómodamente visualizar 1 de 4, lo que me dice que dividir \$14 entre 4 da la tasa unitaria. A partir de ahí, puedo ver que duplicar la tasa unitaria da la tasa para 2 lb y triplicar la tasa unitaria da la tasa para 3 lb.*
- ¿Puedes continuar la línea numérica doble para calcular el costo de 5 lb de tomates? ¿Por qué sí o por qué no?
  - *Sí. Como la tasa para cada libra sigue siendo la misma, puedo continuar contando por \$3.50 para determinar que 5 lb de tomates cuestan \$17.50.*
- Supongamos que graficaste el número total de palabras tecleadas de cada estudiante en el eje  $y$  y el número total de minutos transcurridos en el eje  $x$ . ¿Qué estudiante tendría la línea de pendiente más pronunciada?
  - *Noah tendría la línea de pendiente más pronunciada porque él teclaea más rápido, así que su número total de palabras tecleadas siempre sería mayor que el de Andre.*
- Si Andre solo puede trabajar durante 2 horas este fin de semana, ¿qué trabajos debería elegir para ganar la mayor cantidad de dinero?
  - *Andre debería cortar los céspedes de su vecino y de su tío. Esto le tomará 2 horas y ganará \$40. Si corta el césped del centro comunitario, también le tomaría 2 horas, pero ganaría solo \$30.*
- ¿Cuánto tiempo tomará para que la tina se llene completamente?
  - *Como  $\frac{80}{4} = 20$ , tomará 20 minutos para que la tina se llene completamente.*
- ¿Qué porcentaje de miembros de la banda son estudiantes de octavo grado?
  - *Como el total combinado de estudiantes de sexto y séptimo grados hacen el 60%, los/as estudiantes de octavo grado deben hacer  $100 - 60 = 40\%$  de los/as miembros de la banda.*
- ¿Qué porcentaje de personas en la excursión son acompañantes?
  - *Por división,  $12 \div 92 \approx 0.13 = 13\%$ .*