Amplify Math

Grade 7, Unit 2 — Introducing Proportional Relationships

Unit 2 Caregiver Support

Unit Overview + Narrative Connections

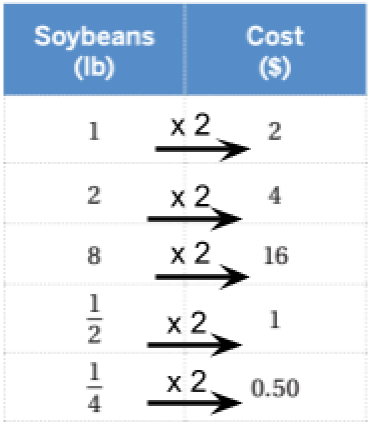
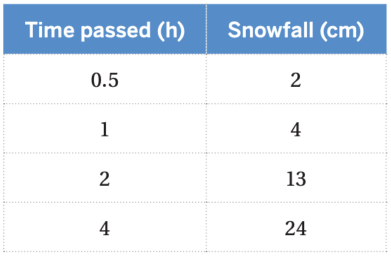
In this unit, students see that proportional relationships are a collection of equivalent ratios and can be represented in different ways: tables, equations, graphs, and verbal descriptions. They see that for each of these representations, there exists a constant of proportionality that relates every pair of quantities in the relationship. Students connect these ideas to cultural exchange and situations where one quantity may need to be compared to another, such as exchanging money.

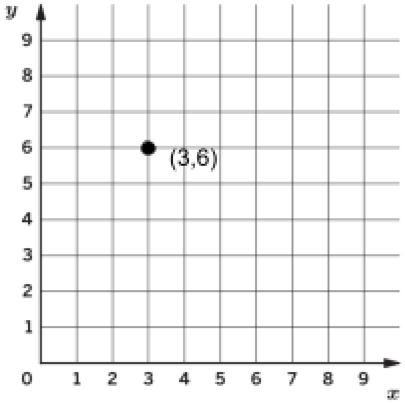
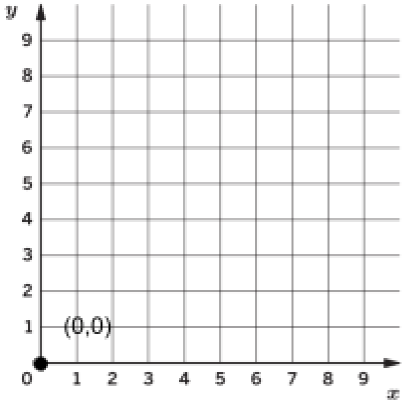
Prior Learning	Current Learning	Future Learning
• Equivalent ratios • Unit rates • Scale factor	• Proportional relationships in tables, equations, and graphs • Equations to solve problems can be more efficient especially dealing with large quantities	• Linear relationships • Slope and rate of change

Key Ideas

- Finding the constant of proportionality is key to solving problems involving proportional relationships
- Proportional relationships can be represented with tables, equations, or graphs
- In a proportional table, you can multiple one quantity by the constant of proportionality to get its match of the other quantity
- Proportional equations take the form $y = kx$, where k is the constant of proportionality
- Proportional graphs always have a straight line that passes through the origin

Vocabulary

<table>
<tr>
<td>proportional relationship</td>
<td>A relationship in which the values for one quantity are each multiplied by the same number (the constant of proportionality) to get the values for the other quantity in each ratio</td>
<td rowspan="2">

<table>
<tr><th>Soybeans (lb)</th><th></th><th>Cost ($)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$\xrightarrow{x\ 2}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$\xrightarrow{x\ 2}$</td><td>4</td></tr>
<tr><td>8</td><td>$\xrightarrow{x\ 2}$</td><td>16</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\xrightarrow{x\ 2}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\xrightarrow{x\ 2}$</td><td>0.50</td></tr>
</table>
This relationship is proportional because you always multiply the number of pounds of soybeans by 2 to get the cost. The constant of proportionality is 2.
</td>
</tr>
<tr>
<td>constant of proportionality</td>
<td>The number in a proportional relationship by which the value of one quantity is multiplied by to get the value of the other quantity</td>
</tr>
<tr>
<td>non-proportional relationships</td>
<td>A relationship between two quantities in which the corresponding values do not have a constant ratio</td>
<td>

<table>
<tr><th>Time passed (h)</th><th>Snowfall (cm)</th></tr>
<tr><td>0.5</td><td>2</td></tr>
<tr><td>1</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2</td><td>13</td></tr>
<tr><td>4</td><td>24</td></tr>
</table>
This relationship is non-proportional because you do not multiply the time by the same number to get snowfall.
</td>
</tr>
<tr>
<td>coefficient</td>
<td>A constant by which a variable is multiplied, written in front of the variable. In a proportional equation, the coefficient is the constant of proportionality</td>
<td>$y = \overset{\swarrow}{3}x$</td>
</tr>
<tr>
<td>equivalent ratios</td>
<td>Any two ratios in which the values for one quantity in each ratio can be multiplied or divided by the same number to get the values for the other quantity in each ratio</td>
<td>1:2 and 4:8</td>
</tr>
</table>

unit rate	How much one quantity changes when the other changes by 1	If you run 88 feet in 11 seconds, your unit rate is 8 feet per one second.
ordered pair	Two values written as (x ,y) that represent a point on the coordinate plane	
origin	The point represented by the ordered pair (0,0) on the coordinate plane.	

Example Problems + Discussion Prompts

Sub-Unit 1

<table>
<tr><th>Problem</th><th>Sample Solution</th></tr>
<tr>
<td>
Lesson 2
Mira made green paint by mixing 2 cups of blue paint with 10 cups of yellow paint. She wants to figure out how to make different amounts of the same shade of green. Complete the table and generate a new set of values that would result in the same shade of green.
<table>
<tr><td>Blue paint (cups)</td><td>Yellow paint (cups)</td></tr>
<tr><td>2</td><td>10</td></tr>
<tr><td>_____</td><td>5</td></tr>
<tr><td>15</td><td>______</td></tr>
<tr><td>_____</td><td>______</td></tr>
</table>
</td>
<td>
To solve problems using proportions, you first find the constant of proportionality.
2 x ___ = 10
2 x 5 = 10
The constant of proportionality is 5. For each 1 cup of blue paint, 5 cups of yellow paint are needed to create the same shade of green.
To keep the same shade of green while changing the amount of paint, keep the same ratio of 1:5.
<table>
<tr><td>Blue paint (cups)</td><td>Yellow paint (cups)</td></tr>
<tr><td>2</td><td>10</td></tr>
<tr><td>1</td><td>5</td></tr>
<tr><td>15</td><td>75</td></tr>
<tr><td>10</td><td>50</td></tr>
</table>
*Several possible answers for the last row
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">
Discuss this question with your student:
● How could you change the ratio of blue to yellow paint to make the color darker?
</td>
</tr>
</table>

Lesson 4

Each table shows a relationship between two quantities. Which table(s) represent a proportional relationship?

A. The cost of a drink at the deli:

Drink (oz)	Cost (dollars)
16	\$1.49
20	\$1.86
24	\$2.23

B. Taxi charges based on the distance traveled:

Distance (mile)	Cost (dollars)
$\frac{1}{10}$	\$1.00
$\frac{2}{10}$	\$1.10
$\frac{9}{10}$	\$1.80

A. Divide the cost by the size of the drink for the cost per oz.

\$1.49 divided by 16 = \$0.09 per oz

\$1.86 divided by 20 = \$0.09 per oz

\$2.23 divided by 24 = \$0.09 per oz

Because the cost per oz. is the same for all 3 drinks, the relationship is proportional.

B. Divide the cost by distance for the cost per mile.

\$1.00 divided by $\frac{1}{10}$ = \$10 per mile

\$1.10 divided by $\frac{2}{10}$ = \$5.50 per mile

\$1.80 divided by $\frac{9}{10}$ = \$2.00 per mile

Because the cost per mile is NOT the same for all 3 drinks, the relationship is not proportional.

Discuss these questions with your student:

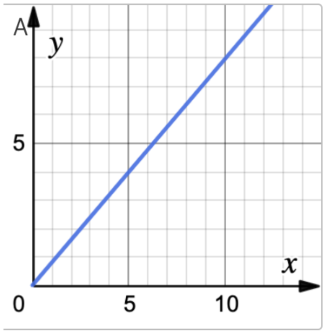
- What is an equation that could represent the relationship shown in part A of the question above? What do the variables in your equation represent?
- Can you write an equation to represent the relationship in part B? Why or why not?

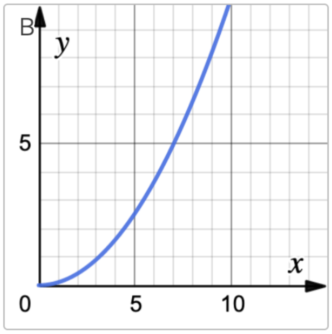
Sub-Unit 2

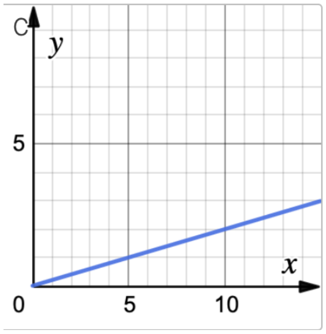
<table>
<tr><th>Problem</th><th>Sample Solution</th></tr>
<tr><td>

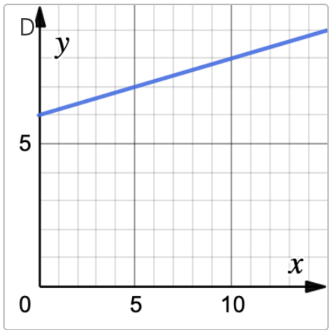
Lesson 11

Which graphs represent a proportional relationship?









</td><td>

A proportional graph must always form a straight line that passes through the origin.

Graph B is a curved line, and Graph D does not pass through the origin.

Graphs A and C are proportional.

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Discuss this question with your student:

- Why do graphs representing proportional relations need to pass through the origin (0,0)?

</td></tr>
</table>

Sample Answers to Discussion Questions

Answers may vary.

- How could you change the ratio of blue to yellow paint to make the color darker?
  - *You could adjust the ratio of blue to yellow paint. Instead of 1 cup of blue paint for every 5 cups of yellow paint, you could use 2 cups of blue paint for every 3 cups of yellow paint.*

- What is an equation that could represent the relationship shown in part A of the question above? What do the variables in your equation represent?
  - $y = 0.09x$, *where y represents the cost of the drink and x represents the number of ounces in the drink*

- Can you write an equation to represent the relationship in part B? Why or why not?
  - *You cannot write one equation to represent every row because there is a different number being multiplied by the distance each time. There would not be one coefficient for the equation.*

- Why do graphs representing proportional relations need to pass through the origin (0,0)?
  - *A proportional situation always starts with both quantities at zero (for example, 0 miles traveled in 0 minutes). A non-proportional situation might not start at 0 (for example, 0.5 miles traveled in 0 minutes, because you had a head start of 0.5 miles).*

Apoyo para cuidadores/as, Unidad 2

Vista general de la unidad + Conexiones narrativas

En esta unidad, los/as estudiantes ven que las relaciones proporcionales son una colección de razones equivalentes que se pueden representar de diferentes maneras: tablas, ecuaciones, gráficas y descripciones verbales. Ven que para cada una de estas representaciones, existe una constante de proporcionalidad que se relaciona cada par de cantidades en la relación. Los/as estudiantes conectan estas ideas con intercambios culturales y situaciones donde una cantidad podría tener que compararse con la otra, como cambiar dinero.

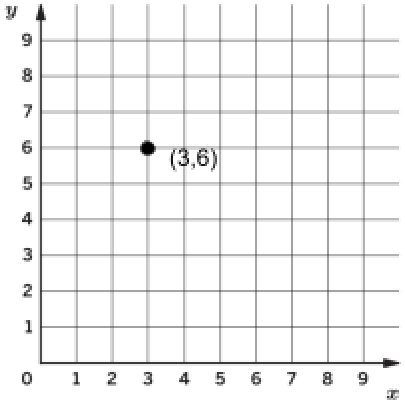
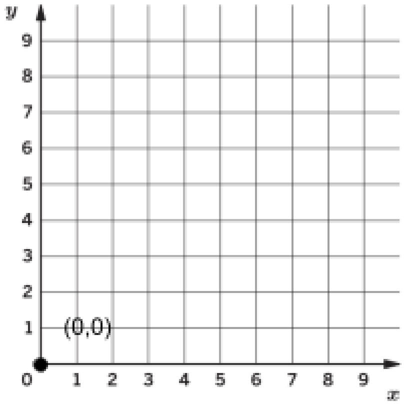
Aprendizaje previo	**Aprendizaje actual**	**Aprendizaje futuro**
● Razones equivalentes ● Tasas unitarias ● Factor de escala	● Relaciones proporcionales en tablas, ecuaciones y gráficas ● Las ecuaciones pueden ser más eficientes para resolver problemas especialmente si involucran cantidades grandes	● Relaciones lineales ● Pendiente y tasa de cambio

Ideas clave

- Encontrar la constante de proporcionalidad es clave para resolver problemas que involucran relaciones proporcionales
- Las relaciones proporcionales se pueden representar con tablas, ecuaciones o gráficas
- En una tabla proporcional, puedes multiplicar una cantidad por una constante de proporcionalidad para obtener su igual de la otra cantidad
- Las ecuaciones proporcionales toman la forma $y = kx$, donde k es la constante de proporcionalidad
- Las gráficas proporcionales siempre tiene una línea recta que pasa por el origen

Vocabulario

<table>
<tr>
<td>relación proporcional</td>
<td>Una relación en la que los valores de una cantidad se multiplican cada uno por el mismo número (la "constante de proporcionalidad") para encontrar los valores de la otra cantidad</td>
<td rowspan="2">
<table>
<tr><th>Frijoles de soya (lb)</th><th>Costo ($)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>8</td><td>16</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{2}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{4}$</td><td>0.5</td></tr>
</table>
$\times 2$
Esta relación es proporcional porque el número de libras de frijoles de soya siempre se multiplica por 2 para determinar el costo. La constante de proporcionalidad es 2.
</td>
</tr>
<tr>
<td>constante de proporcionalidad</td>
<td>En una relación proporcional, el número por el cual el valor de una cantidad es multiplicado para obtener el valor de otra cantidad</td>
</tr>
<tr>
<td>relaciones no proporcionales</td>
<td>Una relación entre dos cantidades, en la cual los valores correspondientes no tienen una razón constante</td>
<td>
<table>
<tr><th>Tiempo transcurrido (h)</th><th>Precipitación de nieve (cm)</th></tr>
<tr><td>0.5</td><td>2</td></tr>
<tr><td>1</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2</td><td>13</td></tr>
<tr><td>4</td><td>24</td></tr>
</table>
Esta relación es no proporcional porque no se multiplica el tiempo por el mismo número para obtener la precipitación de nieve.
</td>
</tr>
</table>

coeficiente	Una constante por la cual una variable es multiplicada, escrita frente a la variable. En una relación proporcional, el coeficiente es la constante de proporcionalidad	$y = \overset{\swarrow}{3}x$
razones equivalentes	Dos razones entre las cuales los valores de una cantidad en cada razón pueden ser multiplicados o divididos por el mismo número para obtener así los valores de la otra cantidad en cada razón	1 : 2 y 4 : 8 son razones equivalentes.
tasa unitaria	Cuánto cambia cierta cantidad cuando la otra cambia por un factor de 1	Si corres 88 pies en 11 segundos, tu tasa unitaria es 8 pies por un segundo.
par ordenado	Dos valores escritos como (x, y) que representan un punto en el plano de coordenadas	
origen	El punto representado por el par ordenado (0, 0) en el plano de coordenadas	

Problemas de ejemplo + Temas de discusión

Subunidad 1

Problema	Solución de ejemplo
Lección 2 Mira hizo pintura verde mezclando 2 tazas de pintura azul con 10 tazas de pintura amarilla. Ella quiere averiguar cómo hacer diferentes cantidades del mismo tono de verde. Completa la tabla y genera un nuevo conjunto de valores que resultaría en el mismo tono de verde.	Para resolver problemas usando proporciones, primero calcula la constante de proporcionalidad. $2 \times \_\_ = 10$ $2 \times 5 = 10$ La constante de proporcionalidad es 5. Por cada 1 taza de pintura azul, se necesitan 5 tazas de pintura amarilla para crear el mismo tono de verde. Para mantener el mismo tono de verde mientras cambias la cantidad de pintura, mantén la misma razón de 1:5.

Tabla del problema:

Pintura azul (tazas)	Pintura amarilla (tazas)
2	10
	5
15	

Tabla de la solución de ejemplo:

Pintura azul (tazas)	Pintura amarilla (tazas)
2	10
1	5
15	75
10*****	50*****

***Varias respuestas posibles para la última fila**

Comente esta pregunta con su estudiante:

- ¿Cómo podrías cambiar la razón de pintura azul a pintura amarilla para hacer el color más oscuro?

Lección 4

Cada tabla muestra una relación entre dos cantidades. ¿Cuál(es) tabla(s) representa(n) una relación proporcional?

A. El costo de una bebida en la fuente de soda:

Bebida (oz)	Costo ($)
16	$1.49
20	$1.86
24	$2.23

B. Tarifas del taxi con base en la distancia recorrida:

Distancia (millas)	Costo ($)
$\frac{1}{10}$	$1.00
$\frac{2}{10}$	$1.10
$\frac{9}{10}$	$1.80

A. Divide el costo entre el tamaño de la bebida para obtener el costo por onza.

$1.49 dividido entre 16 = $0.09 por onza

$1.86 dividido entre 20 = $0.09 por onza

$2.23 dividido entre 24 = $0.09 por onza

Como el costo por onza es el mismo para las 3 bebidas, la relación es proporcional.

B. Divide el costo entre la distancia para obtener el costo por milla.

$1.00 dividido entre $\frac{1}{10}$ = $10 por milla

$1.10 dividido entre $\frac{2}{10}$ = $5.50 por milla

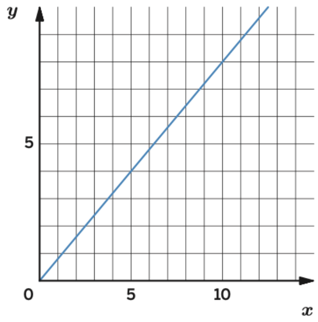
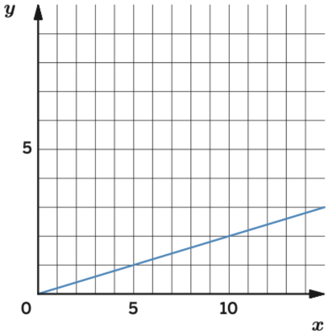
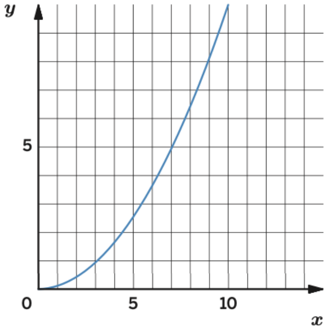
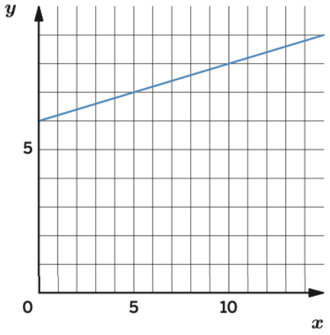
$1.80 dividido entre $\frac{9}{10}$ = $2.00 por milla

Como el costo por milla NO es el mismo para las 3 distancias, la relación es no proporcional.

Comente estas preguntas con su estudiante:

- ¿Qué ecuación podría representar la relación que se muestra en la parte A de la pregunta? ¿Qué representan las variables en tu ecuación?
- ¿Puedes escribir una ecuación para representar la relación en la parte B? ¿Por qué sí o por qué no?

Subunidad 2

Problema	Solución de ejemplo
Lección 11 ¿Cuáles gráficas representan una relación proporcional? **A.**  **C.**  **B.**  **D.**  	Una gráfica proporcional debe siempre formar una línea recta que pase por el origen. La gráfica B es una línea curva, y la gráfica D no pasa por el origen. **Las gráficas A y C son proporcionales.**

Comente esta pregunta con su estudiante:

- ¿Por qué las gráficas que representan relaciones proporcionales deben pasar por el origen (0, 0)?

Respuestas de ejemplo a las preguntas de discusión

Puede haber varias respuestas.

- ¿Cómo podrías cambiar la razón de pintura azul a pintura amarilla para hacer el color más oscuro?
  - *Podrías ajustar la razón de pintura azul a pintura amarilla. En lugar de 1 taza de pintura azul por cada 5 tazas de pintura amarilla, podrías usar 2 tazas de pintura azul por cada 3 tazas de pintura amarilla.*

- ¿Qué ecuación podría representar la relación que se muestra en la parte A de la pregunta? ¿Qué representan las variables en tu ecuación?
  - *$y = 0.09x$, donde y representa el costo de la bebida y x representa el número de onzas en la bebida.*

- ¿Puedes escribir una ecuación para representar la relación en la parte B? ¿Por qué sí o por qué no?
    - *No se puede escribir una ecuación para representar todas las filas porque en cada una el número que se multiplica por la distancia es diferente. No habría un coeficiente para la ecuación.*

- ¿Por qué las gráficas que representan relaciones proporcionales deben pasar por el origen (0, 0)?
    - *Una situación proporcional siempre comienza con ambas cantidades en cero (por ejemplo, 0 millas recorridas en 0 minutos). Una situación no proporcional podría no empezar en 0 (por ejemplo, 0.5 millas recorridas en 0 minutos, porque tuviste una ventaja de 0.5 millas).*