

## Unit 7 Caregiver Support

### Unit Overview + Narrative Connections

In this unit, students will use angle relationships and their understanding of solving equations to determine measures of unknown angles. Students also investigate whether sets of angle and side length measurements determine unique triangles, multiple triangles, or fail to form any triangles. They will see how the triangle's unique properties are valuable in building structures from bridges to pyramids to homes. Students finally peer inside prisms and other polyhedra to analyze and describe their cross sections.

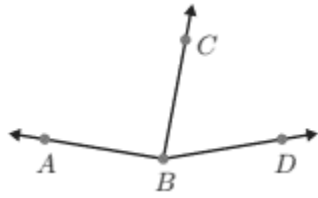
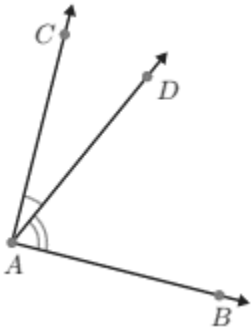
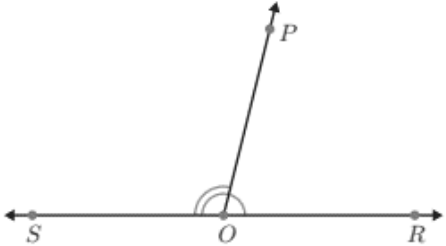
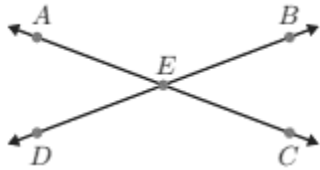


Prior Learning	Current Learning	Future Learning
<ul style="list-style-type: none"> <li>Measuring, composing, and decomposing angles</li> <li>Area and surface area</li> <li>Volume of rectangular prisms</li> <li>Solving equations</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Angle relationships</li> <li>Drawing triangles with given conditions</li> <li>Volume and surface area of non-rectangular prisms</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Congruence and similarity</li> <li>Transformations</li> <li>Volume of cylinders, cones, and spheres</li> </ul>

### Key Ideas

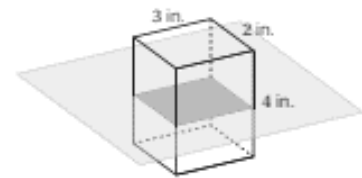
- Equations can be used to represent relationships among angles and determine unknown angle measures.
- Complementary angles* have a sum of  $90^\circ$ , *supplementary angles* have a sum of  $180^\circ$ , and *vertical angles* have equal measures.
- Sometimes two known angles and a known side length form multiple triangles or fail to form a triangle, but sometimes two known angles with a known side length (either between the known angles or across from one of the known angles) form a unique triangle.
- Prisms can have bases of any polygonal shape, and the volume of any prism can be found by multiplying the area of its base by its height.
- The surface area of a prism can be determined by adding the areas of all the faces; the area of the lateral faces can be calculated as one large rectangle using the perimeter of the base and the height of the prism.

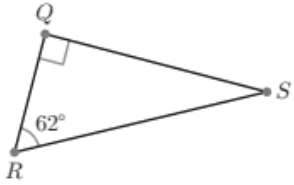
## Vocabulary

<p><b>adjacent angles</b></p>	<p>Angles that share a common side and vertex</p>	<p><math>\angle CBA</math> and <math>\angle CBD</math> are adjacent angles.</p> 
<p><b>complementary angles</b></p>	<p>Two angles whose measures add up to 90 degrees</p>	<p><math>\angle CAB</math> is <math>90^\circ</math>.  <math>\angle CAD</math> and <math>\angle DAB</math> are complementary angles.</p> 
<p><b>supplementary angles</b></p>	<p>Two angles whose measures add up to 180 degrees</p>	<p><math>\angle SOR</math> is <math>180^\circ</math>.  <math>\angle POS</math> and <math>\angle POR</math> are supplementary angles.</p> 
<p><b>vertical angles</b></p>	<p>Opposite angles that are formed by intersecting lines and share the same vertex. Vertical angles have the same measures</p>	<p><math>\angle AEB</math> and <math>\angle DEC</math> are vertical angles.  <math>\angle AED</math> and <math>\angle BEC</math> are vertical angles.</p> 

**cross section**

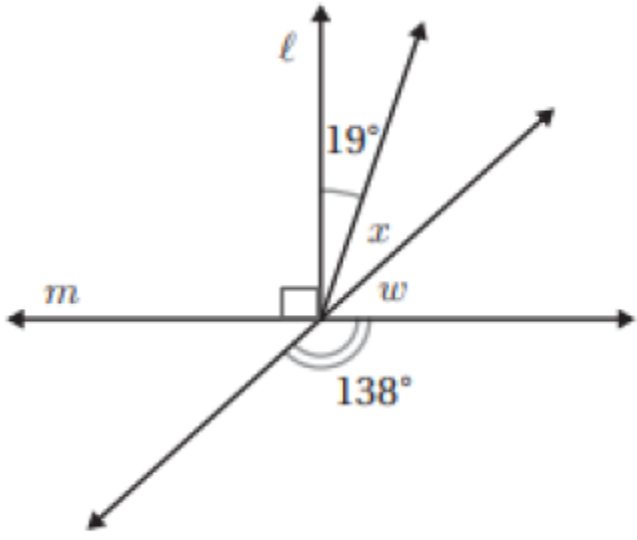
The new face that is seen when slicing through a three-dimensional figure

**Example Problems + Discussion Prompts****Sub-Unit 1**

Problem	Sample Solution
<p><b>Lesson 4</b></p> <p>Angles <math>R</math> and <math>S</math> are complementary. Determine the measure of angle <math>S</math>.  <math>m\angle S = \underline{\hspace{2cm}}</math>.</p>  <p><i>The figure may not be drawn to scale.</i></p>	<p>Since angles <math>R</math> and <math>S</math> are complementary, they add up to <math>90^\circ</math>.  <math>m\angle R = 62^\circ</math>, so <math>m\angle S = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ</math>.  <math>m\angle S = \mathbf{28^\circ}</math></p>

**Discuss this question with your student:**

- What is the difference between complementary and supplementary angles?

<p><b>Lesson 6</b></p> <p>Ray <math>l</math> is perpendicular to line <math>m</math>. Determine the values of <math>x</math> and <math>w</math>. Show your thinking.</p>  <p><i>The figure may not be drawn to scale.</i></p>	<p>The angle marked <math>138^\circ</math> forms a vertical angle with the angle that is a combination of the angle marked <math>x</math>, the angle marked <math>19^\circ</math>, and the angle formed by rays <math>l</math> and <math>m</math> (which is <math>90^\circ</math> because lines <math>l</math> and <math>m</math> are perpendicular). Since vertical angles have the same measure, this combination of angles is also <math>138^\circ</math>. So,</p> $x + 19 + 90 = 138$ $x + 109 = 138$ $x = 29$ <p><b>The angle marked <math>x</math> is <math>29^\circ</math>.</b></p> <p>Because lines <math>l</math> and <math>m</math> are perpendicular, the angle that is the combination of the angle marked <math>19^\circ</math>, the angle marked <math>x</math>, and the angle marked <math>w</math> is <math>90^\circ</math>. Since we now know that the angle marked <math>x</math> is <math>29^\circ</math>,</p> $19 + 29 + w = 90$ $48 + w = 90$ $w = 42$ <p><b>The angle marked <math>w</math> is <math>42^\circ</math>.</b></p>
---	---

**Discuss this question with your student:**

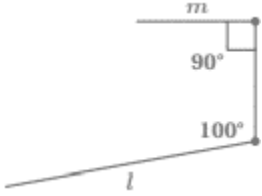
- What other strategy could you have used to find the values of  $x$  and  $w$ ?

**Sub-Unit 2**

Problem	Sample Solution
<p><b>Lesson 10</b></p> <p>Tyler wants to create two triangles, each with side lengths of 8 in. and 10 in. What other information is needed to guarantee that the triangles will be identical. Explain your thinking.</p>	<p>To create a unique triangle, three side lengths must be known or two side lengths and the angle between the two sides.</p> <p><b>Tyler needs to know the length of the third side of the triangle or the angle between the 8 in. side and the 10 in. side to create another identical triangle.</b></p>

**Discuss this question with your student:**

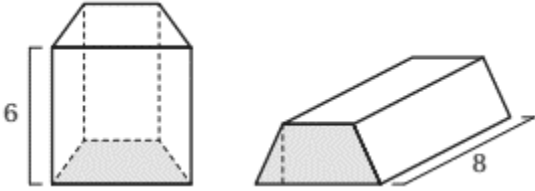
- Can Tyler guarantee that two triangles are identical if all he knows is that their corresponding angles are equal? Explain.

<p><b>Lesson 12</b></p> <p>Is it possible to create a triangle with angles measuring <math>90^\circ</math>, <math>30^\circ</math>, and <math>100^\circ</math>? If so, draw an example. If not, explain your thinking.</p>	<p>The angle sum of a triangle is <math>180^\circ</math>. The three angles have a sum of more than <math>180^\circ</math>, so it is impossible to have a triangle with these measures.</p> <p><b>Drawing a figure with angle measures <math>90^\circ</math>, <math>30^\circ</math>, and <math>100^\circ</math> would not create a triangle because two of the side lengths will not meet.</b></p> 
---	--

**Discuss this question with your student:**

- What angle measure would be needed with the  $90^\circ$  and  $30^\circ$  angles to create a triangle? Explain whether this triangle would be unique.

### Sub-Unit 3

Problem	Sample Solution
<p data-bbox="367 233 509 260"><b>Lesson 14</b></p> <p data-bbox="94 275 768 443">The volume of each of these trapezoidal prisms is 24 cubic units. Their heights are 6 units and 8 units, as labeled. What is the area of the trapezoidal base of each prism?</p> 	<p data-bbox="808 233 1463 306">The volume of a prism, <math>V</math>, is calculated using the area of the base, <math>A_{\text{base}}</math>, times the height, <math>h</math>.</p> <p data-bbox="808 312 1032 344"><math>V = A_{\text{base}} \times \text{height}</math></p> <p data-bbox="808 350 1487 464">The volume of each prism is 24 cubic units, so the area of the base of the prism whose height is 6 units is:</p> <p data-bbox="808 470 1487 543"><math>24 = A_{\text{base}} \times 6</math>, so <b>the area of the base is 4 square units.</b></p> <p data-bbox="808 590 1487 663">The area of the base of the prism whose height is 8 units is:</p> <p data-bbox="808 669 1487 743"><math>24 = A_{\text{base}} \times 8</math>, so <b>the area of the base is 3 square units.</b></p>
<p data-bbox="505 821 1089 852" style="text-align: center;"><b>Discuss this question with your student:</b></p> <ul data-bbox="94 863 1203 894" style="list-style-type: none"><li data-bbox="94 863 1203 894">• How does the area of the base and the height relate to the volume of a prism?</li></ul>	
<p data-bbox="367 940 509 968"><b>Lesson 17</b></p> <p data-bbox="94 982 777 1150">Suppose you wanted to determine the surface area of a tent in the shape of a triangular prism. Describe the measurements of the tent you would need to know.</p>	<p data-bbox="808 940 1479 1171">The surface area of a prism can be found by adding the areas of all the faces. A triangular prism has two triangular faces (the bases) and four rectangular faces. The base and height of a triangle is needed to find its area. The length and width of a rectangle is needed to find its area.</p> <p data-bbox="808 1178 1471 1325"><b>You would need the lengths of each edge of the prism and the height of the triangular bases. Having these measurements would allow you to determine the area of each face.</b></p>
<p data-bbox="505 1367 1089 1398" style="text-align: center;"><b>Discuss this question with your student:</b></p> <ul data-bbox="94 1409 1463 1482" style="list-style-type: none"><li data-bbox="94 1409 1463 1482">• Would you need different measurements to find the volume of the tent than you need for finding the surface area? Explain.</li></ul>	

## Sample Answers to Discussion Questions

*Answers may vary.*

- What is the difference between complementary and supplementary angles?
  - *Complementary angles have a sum of 90 degrees while supplementary angles have a sum of 180 degrees.*
- What other strategy could you have used to find the values of  $x$  and  $w$ ?
  - *The angle marked 138 degrees and the angle marked  $w$  are supplementary angles, so subtracting 138 from 180 gives the value of  $w$  as 42. Since rays  $l$  and  $m$  are perpendicular, the angle formed by 19 degrees,  $x$ , and  $w$  have a sum of 90 degrees, so subtract the sum of 19 and 42 from 90 to get the value of  $x$ .*
- Can Tyler guarantee that two triangles are identical if all he knows is that their corresponding angles are equal? Explain.
  - *Tyler cannot guarantee that the triangles are equal because triangles with different side lengths can have the same angle measures. Just knowing that three corresponding angles have equal measures does not guarantee that the triangles are identical.*
- What angle measure would be needed with the  $90^\circ$  and  $30^\circ$  angles to create a triangle? Explain whether this triangle would be unique.
  - *A 60-degree angle would be needed to create a triangle with a 90-degree and a 30-degree angle. The triangle would not be unique because triangles with many different side lengths can be created using these three angle measures.*
- How does the area of the base and the height relate to the volume of a prism?
  - *A prism has two identical bases and the distance between them is the height. The height of the prism is the number of identical layers from one base to the next. So multiplying the number of identical layers (height) by the area of a layer gives the total amount of space inside the prism.*
- Would you need different measurements to find the volume of the tent than you need for finding the surface area? Explain.
  - *I would not need as many measurements to find the volume as I need for finding the surface area. To find the volume, I would need only the measurements of the base and height of a triangular base and the height of the prism.*

## Apoyo para cuidadores/as, Unidad 7

### Vista general de la unidad + Conexiones narrativas

En esta unidad, los estudiantes van a utilizar relaciones entre los ángulos y su comprensión de la resolución de ecuaciones para determinar medidas de ángulos desconocidos. Los estudiantes también van a investigar si los conjuntos de medidas de ángulos y longitudes de los lados determinan triángulos únicos, triángulos múltiples o no logran formar ningún triángulo. Verán cómo las propiedades únicas del triángulo son valiosas en la construcción de estructuras, desde puentes hasta pirámides y casas. Los estudiantes finalmente van a mirar dentro de prismas y otros poliedros para analizar y describir sus secciones transversales.



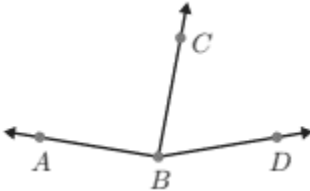
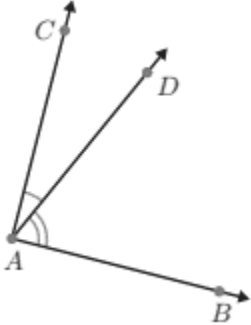
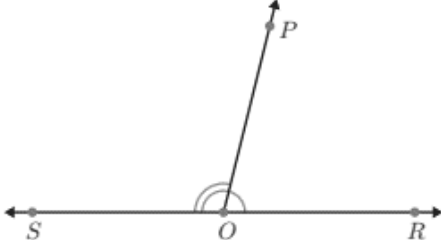
Aprendizaje previo	Aprendizaje actual	Aprendizaje futuro
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Medir, componer y descomponer ángulos</li> <li>• Área y superficie</li> <li>• Volumen de prismas rectangulares</li> <li>• Resolver ecuaciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relaciones entre los ángulos</li> <li>• Dibujar triángulos con condiciones dadas</li> <li>• Volumen y área de superficie de prismas no rectangulares</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Congruencia y similitud</li> <li>• Transformaciones</li> <li>• Volumen de cilindros, conos y esferas</li> </ul>

### Ideas clave

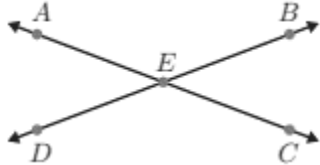
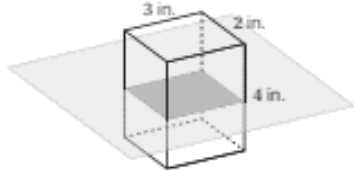
- Las ecuaciones pueden ser usadas para representar relaciones entre ángulos y determinar medidas de ángulos desconocidas.
- Los *ángulos complementarios* tienen una suma de  $90^\circ$ , los *ángulos suplementarios* tienen una suma de  $180^\circ$  y los *ángulos verticales* tienen medidas iguales.
- A veces, dos ángulos conocidos y una longitud de lado conocida forman varios triángulos o no logran formar un triángulo, pero a veces dos ángulos conocidos con una longitud de lado conocida (ya sea entre los ángulos conocidos o frente a uno de los ángulos conocidos) forman un triángulo único.

- Los prismas pueden tener bases de cualquier forma poligonal, y el volumen de cualquier prisma se puede encontrar multiplicando el área de su base por su altura.
- El área de la superficie de un prisma se puede determinar sumando las áreas de todas las caras; el área de las caras laterales se puede calcular como un gran rectángulo usando el perímetro de la base y la altura del prisma.

### Vocabulario

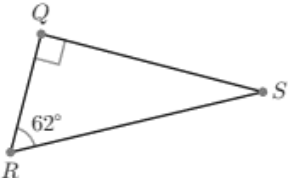
<p><b>ángulos adyacentes</b></p>	<p>Ángulos que comparten un lado en común y un vértice en común</p>	<p><math>\angle CBA</math> y <math>\angle CBD</math> son ángulos adyacentes.</p> 
<p><b>ángulos complementarios</b></p>	<p>Dos ángulos cuyas medidas suman 90 grados</p>	<p><math>\angle CAB</math> mide <math>90^\circ</math>.  <math>\angle CAD</math> y <math>\angle DAB</math> son ángulos complementarios.</p> 
<p><b>ángulos suplementarios</b></p>	<p>Dos ángulos cuyas medidas suman 180 grados</p>	<p><math>\angle SOR</math> mide <math>180^\circ</math>.  <math>\angle POS</math> y <math>\angle POR</math> son ángulos suplementarios.</p> 
<p><b>ángulos verticales</b></p>	<p>Ángulos opuestos que están formados por rectas que se</p>	<p><math>\angle AEB</math> y <math>\angle DEC</math> son ángulos verticales.</p>



	intersecan y comparten el mismo vértice. Los ángulos verticales tienen las mismas medidas.	$\angle AED$ y $\angle BEC$ son ángulos verticales. 
<b>sección transversal</b>	La nueva cara que se ve al cortar una figura tridimensional	

### Problemas de ejemplo + Temas de discusión

#### Subunidad 1

Problema	Solución de ejemplo
<p><b>Lección 4</b></p> <p>Los ángulos <math>R</math> y <math>S</math> son complementarios. Determina la medida del ángulo <math>S</math>.  <math>m\angle S = \underline{\hspace{2cm}}</math>.</p> 	<p>Dado que los ángulos <math>R</math> y <math>S</math> son complementarios, ellos suman <math>90^\circ</math>.  <math>m\angle R = 62^\circ</math>, entonces <math>m\angle S = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ</math>.  <math>m\angle S = \mathbf{28^\circ}</math></p>
<p><b>Comente esta pregunta con su estudiante:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>¿Cuál es la diferencia entre ángulos complementarios y ángulos suplementarios?</li> </ul>	
<p><b>Lección 6</b></p> <p>El rayo <math>l</math> es perpendicular a la línea <math>m</math>. Determina los valores de <math>x</math> y de <math>w</math>. Muestra tu razonamiento.</p>	<p>El ángulo que está marcado con <math>138^\circ</math> forma un ángulo vertical con el ángulo que es una combinación del ángulo que está marcado con <math>x</math>, el ángulo que está marcado con <math>19^\circ</math> y el ángulo formado por los rayos <math>l</math> y <math>m</math> (que es de <math>90^\circ</math> porque las líneas <math>l</math> y <math>m</math> son perpendiculares). Como los ángulos verticales tienen la misma medida, esta combinación de ángulos también es <math>138^\circ</math>.  Entonces,  <math>x + 19 + 90 = 138</math>  <math>x + 109 = 138</math>  <math>x = 29</math>  <b>El ángulo que está marcado con <math>x</math> es <math>29^\circ</math></b></p>

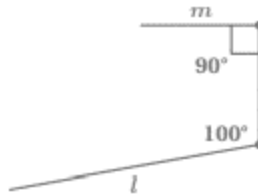
	<p>Debido a que las líneas <math>l</math> y <math>m</math> son perpendiculares, el ángulo que es la combinación del ángulo marcado con <math>19^\circ</math>, el ángulo marcado con <math>x</math> y el ángulo marcado con <math>w</math> es de <math>90^\circ</math>. Como ahora sabemos que el ángulo marcado <math>x</math> es <math>29^\circ</math>,</p> $19 + 29 + w = 90$ $48 + w = 90$ $w = 42$ <p>El ángulo que está marcado con <math>w</math> es <math>42^\circ</math></p>
--	--

**Comente esta pregunta con su estudiante:**

- ¿Qué otra estrategia podrías haber usado para encontrar los valores de  $x$  y  $w$ ?

**Subunidad 2**

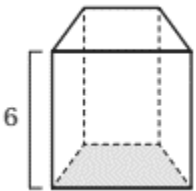
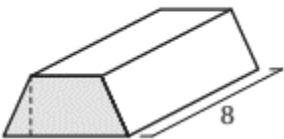
Problema	Solución de ejemplo
<p><b>Lección 10</b> Tyler quiere crear dos triángulos, cada uno con longitudes de lado de 8 in y 10 in. ¿Qué otra información se necesita para garantizar que los triángulos sean idénticos? Explica tu razonamiento.</p>	<p>Para crear un triángulo único, se deben conocer las longitudes de tres lados o las longitudes de dos lados y el ángulo entre los dos lados. <b>Tyler necesita saber la longitud del tercer lado del triángulo o el ángulo entre el lado de 8 in y el lado de 10 in para crear otro triángulo idéntico.</b></p>
<p><b>Comente esta pregunta con su estudiante:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Puede Tyler garantizar que dos triángulos son idénticos si todo lo que sabe es que sus ángulos correspondientes son iguales? Explica.</li> </ul>	
<p><b>Lección 12</b> ¿Es posible crear un triángulo con ángulos de <math>90^\circ</math>, <math>30^\circ</math> y <math>100^\circ</math>? Si es así, dibuja un ejemplo. Si no, explica tu razonamiento.</p>	<p>La suma de los ángulos de un triángulo es <math>180^\circ</math>. Los tres ángulos suman más de <math>180^\circ</math>, por lo que es imposible tener un triángulo con esas medidas. <b>Dibujar una figura con ángulos que miden <math>90^\circ</math>, <math>30^\circ</math> y <math>100^\circ</math> no crearía un triángulo porque dos de las longitudes de los lados no se encontrarán.</b></p>



**Comente esta pregunta con su estudiante:**

- ¿Qué medida de ángulo se necesitaría con los ángulos de  $90^\circ$  y  $30^\circ$  para crear un triángulo? Explica si este triángulo sería único.

**Subunidad 3**

Problema	Solución de ejemplo
<p style="text-align: center;"><b>Lección 14</b></p> <p>El volumen de cada uno de estos prismas trapecoidales es de 24 unidades cúbicas. Sus alturas son 6 unidades y 8 unidades, tal como se etiquetan. ¿Cuál es el área de la base trapecoidal de cada prisma?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div>	<p>El volumen de una prisma, <math>V</math>, se calcula usando el área de la base, <math>A_{\text{base}}</math>, por la altura, <math>h</math>.</p> $V = A_{\text{base}} \times \text{altura}$ <p>El volumen de cada prisma es 24 unidades cúbicas, por lo que la base de la prisma cuyo altura es 6 unidades es: <math>24 = A_{\text{base}} \times 6</math>, entonces <b>el área de la base es 4 unidades cuadradas.</b></p> <p>El área de la base de la prisma cuya altura es 8 unidades es:</p> $24 = A_{\text{base}} \times 8$ , entonces <b>el área de la base es 3 unidades cuadradas.</b>
<p><b>Comente esta pregunta con su estudiante:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cómo se relacionan el área de la base y la altura con el volumen de un prisma?</li> </ul>	
<p><b>Lección 17</b></p>	<p>El área de la superficie de un prisma se puede encontrar sumando las áreas de todas las caras.</p>

Supongamos que quieres determinar el área de la superficie de una tienda de campaña en forma de prisma triangular. Describe las medidas de la tienda de campaña que necesitarías conocer.

Un prisma triangular tiene dos caras triangulares (las bases) y cuatro caras rectangulares. Se necesita la base y la altura de un triángulo para encontrar su área. Se necesita la longitud y el ancho de un rectángulo para encontrar su área. **Necesitarías las longitudes de cada borde del prisma y la altura de las bases triangulares. Tener estas medidas te permitiría determinar el área de cada cara.**

### Comente esta pregunta con su estudiante:

- ¿Necesitarías medidas diferentes para encontrar el volumen de la tienda de campaña de las que necesitas para encontrar el área de la superficie? Explica.

## Respuestas de ejemplo a las preguntas de discusión

*Puede haber varias respuestas.*

- ¿Cuál es la diferencia entre ángulos complementarios y ángulos suplementarios?
  - *Los ángulos complementarios tienen una suma de 90 grados mientras que los ángulos suplementarios tienen una suma de 180 grados.*
- ¿Qué otra estrategia podrías haber usado para encontrar los valores de  $x$  y  $w$ ?
  - *El ángulo que está marcado con 138 grados y el ángulo que está marcado con  $w$  son ángulos suplementarios, por lo que al restar 138 de 180, el valor de  $w$  es 42. Como los rayos  $l$  y  $m$  son perpendiculares, el ángulo formado por 19 grados,  $x$ , y  $w$  suman 90 grados, entonces restas la suma de 19 y 42 de 90 para obtener el valor de  $x$ .*
- ¿Puede Tyler garantizar que dos triángulos son idénticos si todo lo que sabe es que sus ángulos correspondientes son iguales? Explica.
  - *Tyler no puede garantizar que los triángulos sean iguales porque los triángulos con diferentes longitudes de lado pueden tener las mismas medidas de los ángulos. Solo el hecho de saber que tres ángulos correspondientes tienen medidas iguales no garantiza que los triángulos sean idénticos.*
- ¿Qué medida de ángulo se necesitaría con los ángulos de  $90^\circ$  y  $30^\circ$  para crear un triángulo? Explica si este triángulo sería único.

- *Se necesitaría un ángulo de 60 grados para crear un triángulo con un ángulo de 90 grados y un ángulo de 30 grados. El triángulo no sería único porque se pueden crear triángulos con muchas longitudes de lado diferentes usando estas tres medidas de ángulo.*
  
- ¿Cómo se relacionan el área de la base y la altura con el volumen de un prisma?
  - *Un prisma tiene dos bases idénticas y la distancia entre ellas es la altura. La altura de un prisma es el número de capas idénticas desde una base a la siguiente. Entonces multiplicar el número de capas idénticas (altura) por el área de una de las capas da la cantidad total de espacio dentro del prisma.*
  
- ¿Necesitarías medidas diferentes para encontrar el volumen de la tienda de campaña de las que necesitas para encontrar el área de la superficie? Explica.
  - *No necesitaría tantas medidas para encontrar el volumen como las que necesito para encontrar el área de la superficie. Para encontrar el volumen, solo necesitaría las medidas de la base y la altura de una base triangular y la altura del prisma.*