

Unit 4 Caregiver Support

Unit Overview + Narrative Connections

In this unit, students will build algebraic thinking and strategies for solving linear equations using puzzles and diagrams and will mirror these processes to solve linear equations with variables on both sides. They will learn that more than one equation can help solve problems with more than one constraint as they write and solve systems of equations in two variables. Students will learn about the reasons we have balancing methods to solve equations by exploring the story of the Father of Algebra and how this type of thinking helps anesthesiologists make the critical decision of how much anesthesia to give to a patient.



Prior Learning	Current Learning	Future Learning
<ul style="list-style-type: none">• Solve simple one-variable equations• Write linear equations in the form $y = mx + b$• Graph linear equations	<ul style="list-style-type: none">• Solve one-variable equations with variables on both sides• Solve systems of two linear equations• Write systems of linear equations to solve problems	<ul style="list-style-type: none">• Solve nonlinear equations in one-variable• Solve systems of linear and nonlinear equations in two variables• Solve systems of more than two equations

Key Ideas

- The structure of a linear equation with variables on both sides can be used to determine the steps for solving the equation.
- A linear equation has one solution when the coefficients are different on each side, it has infinitely many solutions when the coefficients and constants are the same on each side, and it has no solution when the coefficients are the same, but the constants are not the same on each side.

- A graph of two intersecting lines has one solution, a graph of lines that never intersect has no solution, and a graph of two lines directly on top of one another has infinitely many solutions.
- A *solution to a system of linear equations* is the ordered pair, (x, y) , that makes all equations in the system true.

Vocabulary

<p>system of linear equations</p>	<p>A set of two linear equations in two variables, where the variables represent the same unknowns.</p>	<p>These equations make up a system of equations:</p> $x + y = -2$ $x - y = 12$
<p>solution to a system of linear equations</p>	<p>An ordered pair that makes every equation in a system of equations true.</p>	<p>The ordered pair $(2, 8)$ is a solution to the system of equations because $x = 2$ and $y = 8$ makes each equation true.</p> $y = -x + 10 \quad \left \quad 8 = -2 + 10$ $y = 2x + 4 \quad \left \quad 8 = 2(2) + 4$

Example Problems + Discussion Prompts

Sub-Unit 1

Problem	Sample Solution
<p>Lesson 6</p> <p>Clare solved the equation shown, but when she checked her solution, she realized it was incorrect. She knows she made at least one mistake, but she cannot find it. Find Clare's mistake(s) and then correctly solve the equation.</p> <div style="background-color: #e0e0e0; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>Clare's work:</p> $12(5 + 2y) = 4y - (5 - 9y)$ $72 + 24y = 4y - 5 - 9y$ $72 + 24y = -5y - 5$ $24y = -5y - 77$ $29y = -77$ $y = -\frac{77}{29}$ </div>	<p>Solve the equation and compare to Clare's work to determine where she made the mistake(s).</p> $12(5 + 2y) = 4y - (5 - 9y)$ $60 + 24y = 4y - 5 + 9y$ $60 + 24y = 13y - 5$ $24y = 13y - 65$ $11y = -65$ $y = -\frac{65}{11}$ <div style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px; margin-left: 10px;"> <p>Original equation</p> <p>Distribute: $12 \times 5 = 60$ and $12 \times 2y = 24y$</p> <p>Distribute: $-1 \times 5 = -5$ and $-1 \times -9y = 9y$</p> <p>$4y + 9y = 13y$</p> <p>$-5 + (-60) = -65$</p> <p>$24y - 13y = 11y$</p> </div>

Clare made two mistakes in the second line and used these errors to complete the rest of her solution. In the second line, she incorrectly multiplied 12 and 5 when using the Distributive Property; $12 \times 5 = 60$, not 72. She also did not distribute the negative sign when multiplying -1 and $-9y$. (Note that although there is only a negative sign outside the parentheses, it is understood to be -1). So $-(5 - 9y)$ is equivalent to $-1(5 - 9y)$, which is $-5 + 9y$.

Discuss these questions with your student:

- How did Clare most likely check the solution to know that it is not correct?
- How could Clare have arrived at a solution in a different way?

Lesson 8

Consider the unfinished equation $12(x - 3) + 18 = \underline{\hspace{2cm}}$. Complete the equation so that it has:

- One solution.
- No solution.
- Infinitely many solutions.

The left side of the equation is equivalent to:

$$\begin{aligned} &12(x - 3) + 18 \\ &= 12x - 36 + 18 \\ &= 12x - 18 \end{aligned}$$

a. A linear equation has one solution when the coefficients are different on each side of the equation. When simplified, the coefficient on the left side is 12. So the equation will have one solution with any coefficient on the right side that is NOT 12.

$$12(x - 3) + 18 = \mathbf{2x}$$

b. A linear equation has no solution when the coefficients are the same, but the constants are not the same on each side. When simplified, the coefficient on the left side is 12, and the constant is -18 . So the equation will have no solution with a coefficient of 12 on the right side and any constant that is NOT -18 .

$$12(x - 3) + 18 = \mathbf{12x + 1}$$

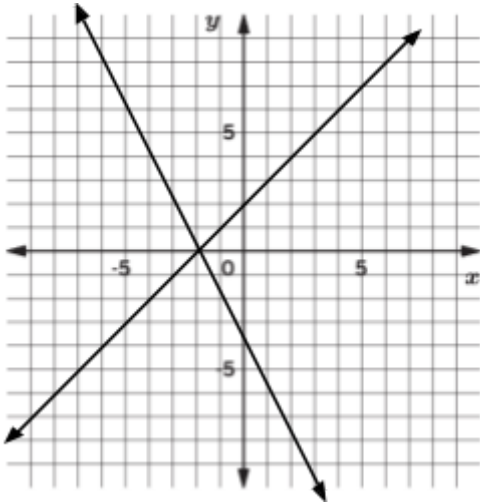
c. A linear equation has infinitely many solutions when the coefficients and constants are the same on each side. When simplified, the coefficient on the left side is 12, and the constant is -18 . So the equation will have infinitely many solutions when the simplified expression on the right side has a coefficient of 12 and a constant of -18 .

$$12(x - 3) + 18 = \mathbf{12x - 18}$$

Discuss these questions with your student:

- How many solutions would the equation have if there are only constants on the right side? How do you know?
- Explain another way to determine the number of solutions an equation has, other than looking at the structure.

Sub-Unit 2

Problem	Sample Solution
<p data-bbox="367 506 509 537" style="text-align: center;">Lesson 13</p> <div data-bbox="94 541 782 888" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><p data-bbox="107 562 456 793">Graph the system of equations. Then estimate the coordinates of the ordered pair (x, y) that makes both equations true.</p><p data-bbox="107 804 253 873">$y = x + 2$ $y = -2x - 4$</p></div>	<p data-bbox="808 506 1495 898">Any ordered pair that makes the two equations true is a solution to the system of equations. When the system is plotted on the coordinate plane, the point(s) of intersection is the solution. If there is one point of intersection, there is one solution. If there is no point of intersection (parallel lines), the system has no solution. If one line lies on top of the other, there are infinitely many solutions because there are infinitely many points of intersection.</p> <div data-bbox="818 940 1295 1440" style="text-align: center;"></div> <p data-bbox="808 1451 1495 1562">The equation $y = x + 2$ has a y-intercept of 2 and a slope of 1, so the graph goes through the points (0, 2) and (1, 3).</p> <p data-bbox="808 1572 1495 1684">The equation $y = -2x - 4$ has a y-intercept of -4 and a slope of -2, so the graph goes through the points (0, -4) and (-1, -2).</p> <p data-bbox="808 1730 1495 1841">The point of intersection of the two graphs is (-2, 0). The coordinates of the ordered pair that makes both equations true is (-2, 0).</p>

Discuss this question with your student:

- How can you confirm that $(-2, 0)$ is the solution of the system of equations?

Lesson 15

Solve each system of equations. Show or explain your thinking.

a. $y = 3x - 2$

$y = -2x + 8$

b. $y = -3x - 5$

$y = 4x + 30$

c. $y = 2x - 9$

$y = 4 + 2x$

d. $x = 2$

$y = 3x - 1$

a. Since the left sides of the two equations have the same value represented by y , then the right sides must be equal: $3x - 2 = -2x + 8$

Solve for x .

$$3x - 2 = -2x + 8$$

$$3x + 2x = 8 + 2$$

$$5x = 10$$

$$\mathbf{x = 2}$$

Substitute $x = 2$ into one of the original equations and solve for y :

$$y = 3(2) - 2$$

$$\mathbf{y = 4}$$

The solution is $(2, 4)$.

b. Since the left sides of the two equations have the same value represented by y , then the right sides must be equal: $-3x - 5 = 4x + 30$

Solve for x :

$$-3x - 5 = 4x + 30$$

$$-3x - 4x = 30 + 5$$

$$-7x = 35$$

$$\mathbf{x = -5}$$

Substitute $x = -5$ into one of the original equations and solve for y .

$$y = 4(-5) + 30$$

$$\mathbf{y = 10}$$

The solution is $(-5, 10)$.

c. Since the left sides of the two equations have the same value represented by y , then the right sides must be equal: $2x - 9 = 4 + 2x$

Solve for x .

$$2x - 9 = 4 + 2x$$

$$2x - 2x = 4 + 9$$

$$0 = 13 \quad \text{This is not a true statement.}$$

There is no solution.

d. The value of x is the same in both equations.

Since $\mathbf{x = 2}$, substitute 2 for x in the equation $y = 3x - 1$, and solve for y .

$$y = 3(2) - 1$$

$y = 5$
The solution is (2, 5).

Discuss these questions with your student:

- What other strategy could you have used to solve the systems of equations?
- Suppose one of the systems of equations had infinitely many solutions, how would you have known?

Lesson 16

Clare and her brother play a game in which they earn the same number of points for each goal and lose the same number of points for each penalty. Clare earns 6 goals and has 3 penalties, ending the game with 6 points. Her brother earns 8 goals and has 9 penalties and ends the game with -22 points. Write a system of equations to model this scenario. Define the variables you choose to use. Without solving the system, interpret what the solution to the system would tell you about the scenario.

Let x represent the number of points for each goal, and y represent the number of points for each penalty. Clare has 6 goals and 3 penalties for a total of 6 points. So 6 times the points for each goal, x , and 3 times the points for each penalty, y , has a sum of 6.

$$6x + 3y = 6$$

Her brother has 8 goals and 9 penalties for a total of -22 points. So 8 times the points for each goal, x , and 9 times the points for each penalty, y , has a total of -22 .

$$8x + 9y = -22$$

The system of equations is:

$$6x + 3y = 6$$

$$8x + 9y = -22$$

The value of x in the solution of the system tells you the number of points gained for each goal, and the value of y tells you the number of points lost for each penalty.

Discuss these questions with your student:

- How could you find the solution to this problem?
- If someone told you that the solution to the problem is (3, 1), would you agree? Why or why not?

Sample Answers to Discussion Questions

Answers may vary.

- How did Clare most likely check the solution to know that it is not correct?
 - Clare most likely substituted the value of y from her solution into the original equation and made the calculations. Since the result was not a true statement, she realized that the solution is incorrect.
- How could Clare have arrived at a solution in a different way?
 - To get the third line of the solution, Clare could have collected all the like terms with variables on one side of the equation and constants on the other side to get $24y - 4y - 9y = -5 - 60$. Simplifying would give her $11y = -65$ in the next line.
- How many solutions would the equation have if there are only constants on the right side? How do you know?
 - The equation would have one solution if there are only constants on the right side because the coefficient on the right can be thought of as 0 and that means the coefficients are different on each side. When simplifying the equation, there would be a variable on one side and a constant on the other, so that would give one solution.
- Explain another way to determine the number of solutions an equation has, other than looking at the structure.
 - Solving the equation is another way to determine the number of solutions. If there is a value for the variable, such as $x = 2$, then the equation has one solution. If the equation is not a true statement, such as $0 = 2$, then there is no solution. If the equation simplifies with the same constant or the same coefficient on both sides, such as $2 = 2$ or $x = x$, then there are infinitely many solutions.
- How can you confirm that $(-2, 0)$ is the solution of the system of equations?
 - To confirm that $(-2, 0)$ is the solution of the system of equations, substitute -2 for x and 0 for y in each equation and simplify them. Each equation should result in a true statement.
- What other strategy could you have used to solve the systems of equations?
 - Each system could have been graphed on the same coordinate plane. The point of intersection of the system is the solution. The lines on the graph of the system with no solution would be parallel so they would never intersect.
- Suppose one of the systems of equations had infinitely many solutions, how would you have known?
 - If a system of equations has infinitely many solutions, the same constant or variable would be on both sides of the equation; for example $2 = 2$ or $x = x$.
- How could you find the solution to this problem?

- *If the system of equations is graphed on the same coordinate plane, the intersection of the lines is the solution. This would result in an x -value that represents the number of points for a goal, and a y -value that represents the number of points for a penalty.*
- If someone told you that the solution to the problem is $(3, 1)$, would you agree? Explain.
 - *I do not agree because the ordered pair $(3, 1)$ does not make each equation true. I would expect that the value of x is positive, and the value of y is negative since her brother has a negative total. Since the coefficient of y is greater than the coefficient of x in her brother's equation, I would expect that the value of y is the negative value.*

Apoyo para cuidadores/as, Unidad 4

Vista general de la unidad + Conexiones narrativas

En esta unidad, los estudiantes desarrollarán el pensamiento algebraico y estrategias para resolver ecuaciones lineales usando acertijos y diagramas, y reflejarán estos procesos para resolver ecuaciones lineales con variables en ambos lados. Aprenderán que más de una ecuación puede ayudar a resolver problemas con más de una restricción a medida que escriben y resuelven sistemas de ecuaciones en dos variables. Los estudiantes aprenderán sobre las razones por las que tenemos métodos de equilibrio para resolver ecuaciones explorando la historia del padre del álgebra y cómo este tipo de pensamiento ayuda a los anestesiólogos a tomar la decisión crítica de cuánta anestesia administrar a un paciente.



Aprendizaje previo	Aprendizaje actual	Aprendizaje futuro
<ul style="list-style-type: none"> ● Resolver ecuaciones simples de una variable ● Escribir ecuaciones lineales en la forma $y = mx + b$ ● Graficar ecuaciones lineales 	<ul style="list-style-type: none"> ● Resolver ecuaciones de una variable con variables en ambos lados ● Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales ● Escribir sistemas de ecuaciones lineales para resolver problemas 	<ul style="list-style-type: none"> ● Resolver ecuaciones no lineales en una variable ● Resolver sistemas de ecuaciones lineales y no lineales en dos variables ● Resolver sistemas de más de dos ecuaciones

Ideas clave

- La estructura de una ecuación lineal con variables en ambos lados se puede usar para determinar los pasos para resolver la ecuación.
- Una ecuación lineal tiene una solución cuando los coeficientes son diferentes en cada lado; tiene infinitas soluciones cuando los coeficientes y las constantes son iguales en cada lado, y no tiene solución cuando los coeficientes son los mismos, pero las constantes no son las mismas en cada lado.
- Una gráfica de dos líneas que se intersecan tiene una solución; una gráfica de líneas que nunca se intersecan no tiene solución y una gráfica de dos líneas directamente una encima de la otra tiene infinitas soluciones.
- Una *solución a un sistema de ecuaciones lineales* es el par ordenado, (x, y) , que hace que todas las ecuaciones del sistema sean verdaderas.

Vocabulario

<p>sistema de ecuaciones lineales</p>	<p>Un conjunto de dos ecuaciones lineales con dos variables, donde las variables representan las mismas incógnitas.</p>	<p>Estas ecuaciones forman un sistema de ecuaciones:</p> $x + y = -2$ $x - y = 12$
<p>solución a un sistema de ecuaciones lineales</p>	<p>Par ordenado que hace verdadera cada ecuación de un sistema de ecuaciones.</p>	<p>El par ordenado $(2,8)$ es una solución al sistema de ecuaciones porque $x = 2$ y $y = 8$ hace que cada ecuación sea verdadera.</p> $y = -x + 10 \quad \left \quad 8 = -2 + 10$ $y = 2x + 4 \quad \left \quad 8 = 2(2) + 4$

Problemas de ejemplo + Temas de discusión

Subunidad 1

Problema	Solución de ejemplo
<p>Lección 6</p>	<p>Resuelve la ecuación y compara al trabajo de Clare para determinar dónde cometió el/los error/es.</p>

Clare resolvió la ecuación mostrada, pero cuando comprobó su solución, se dio cuenta de que era incorrecta. Sabe que ha cometido al menos un error, pero no lo encuentra. Encuentra el o los errores de Clare y luego resuelve correctamente la ecuación.

$$\begin{aligned}
 12(5 + 2y) &= 4y - (5 - 9y) \\
 72 + 24y &= 4y - 5 - 9y \\
 72 + 24y &= -5y - 5 \\
 24y &= -5y - 77 \\
 29y &= -77 \\
 y &= -\frac{77}{29}
 \end{aligned}$$

$$12(5 + 2y) = 4y - (5 - 9y)$$

$$60 + 24y = 4y - 5 + 9y$$

$$60 + 24y = 13y - 5$$

$$24y = 13y - 65$$

$$11y = -65$$

$$y = -\frac{65}{11}$$

Ecuación original

Distribuir: $12 \times 5 = 60$
y $12 \times 2y = 24y$

Distribuir: $-1 \times 5 = -5$
y $-1 \times -9y = 9y$

$$4y + 9y = 13y$$

$$-5 + (-60) = -65$$

$$24y - 13y = 11y$$

Clare cometió dos errores en la segunda línea y usó estos errores para completar el resto de su solución. En la segunda línea, multiplicó incorrectamente 12 por 5 al usar la Propiedad Distributiva; $12 \times 5 = 60$, no 72. Ella tampoco distribuyó correctamente el signo negativo cuando multiplicó -1 y -9y. (Ten en cuenta que aunque solo hay un signo negativo fuera de los paréntesis, se entiende que es -1). Entonces $-(5 - 9y)$ es equivalente a $-1(5 - 9y)$, que es $-5 + 9y$.

Comente estas preguntas con su estudiante:

- ¿Cómo es probable que Clare haya verificado la solución para saber que no es correcta?
- ¿Cómo podría haber llegado Clare a una solución de otra manera?

Lección 8

Considera la ecuación inconclusa $12(x - 3) + 18 = \underline{\hspace{1cm}}$.
Completa la ecuación para que tenga:

- Una solución.
- Ninguna solución.
- Infinitas soluciones.

El lado izquierdo de la ecuación es equivalente a:

$$\begin{aligned}
 &12(x - 3) + 18 \\
 &= 12x - 36 + 18 \\
 &= 12x - 18
 \end{aligned}$$

a. Una ecuación lineal tiene una solución cuando los coeficientes son diferentes en cada lado de la ecuación. Cuando se simplifica, el coeficiente del lado izquierdo es 12. Entonces, la ecuación tendrá una solución con cualquier coeficiente del lado derecho que NO sea 12.

$$12(x - 3) + 18 = 2x$$

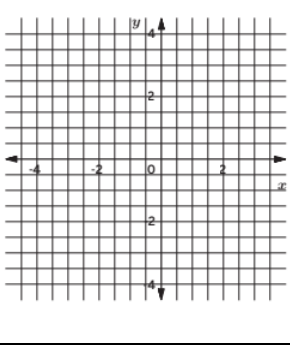
b. Una ecuación lineal no tiene *ninguna solución* cuando los coeficientes son iguales, pero las constantes no son iguales en cada lado. Cuando

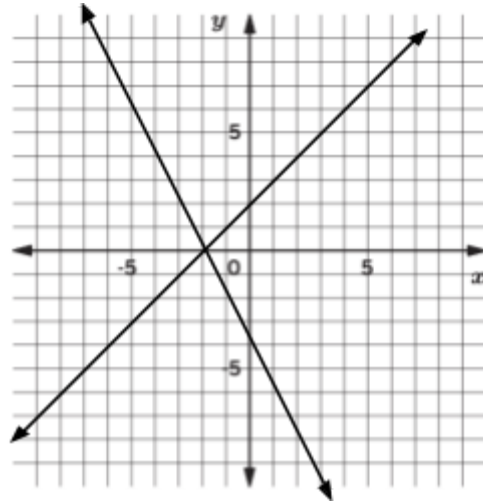
	<p>se simplifica, el coeficiente del lado izquierdo es 12 y la constante es -18. Entonces la ecuación no tendrá solución con un coeficiente de 12 en el lado derecho y cualquier constante que NO sea -18. $12(x - 3) + 18 = 12x + 1$.</p> <p>c. Una ecuación lineal tiene infinitas soluciones cuando los coeficientes y las constantes son iguales en cada lado. Cuando se simplifica, el coeficiente del lado izquierdo es 12 y la constante es -18. Entonces, la ecuación tendrá infinitas soluciones cuando la expresión simplificada del lado derecho tenga un coeficiente de 12 y una constante de -18. $12(x - 3) + 18 = 12x - 18$.</p>
--	---

Comente estas preguntas con su estudiante:

- ¿Cuántas soluciones tendría la ecuación si hay solamente constantes en el lado derecho? ¿Cómo lo sabes?
- Explica otra manera para determinar el número de soluciones que tiene una ecuación, aparte de observar la estructura.

Subunidad 2

Problema	Solución de ejemplo
<p style="text-align: center;">Lección 13</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Grafica el sistema de ecuaciones. Luego estima las coordenadas del par ordenado (x, y) que hace que ambas ecuaciones sean verdaderas.</p> <p>$y = x + 2$ $y = -2x - 4$</p> </div> 	<p>Cualquier par ordenado que haga verdaderas las dos ecuaciones es una solución al sistema de ecuaciones. Cuando el sistema se traza en el plano de coordenadas, los puntos de intersección son la solución. Si hay un punto de intersección, hay una solución. Si no hay punto de intersección (líneas paralelas), el sistema no tiene solución. Si una línea está sobre la otra, hay infinitas soluciones porque hay infinitos puntos de intersección.</p>



La ecuación $y = x + 2$ tiene una intersección en y de 2 y una pendiente de 1, entonces **la gráfica pasa por los puntos (0, 2) y (1, 3).**

La ecuación $y = -2x - 4$ tiene una intersección en y de -4 y una pendiente de -2 , por lo que la gráfica pasa por los puntos **(0, -4) y (-1 , -2).**

El punto de intersección de las dos gráficas es $(-2, 0)$. **Las coordenadas del par ordenado que hace verdaderas ambas ecuaciones son $(-2, 0)$.**

Comente estas preguntas con su estudiante:

- ¿Cómo puedes confirmar que $(-2, 0)$ es la solución del sistema de ecuaciones?

Lección 15

Resuelve cada sistema de ecuaciones. Muestra o explica tu razonamiento.

a. $y = 3x - 2$
 $y = -2x + 8$

b. $y = -3x - 5$
 $y = 4x + 30$

c. $y = 2x - 9$
 $y = 4 + 2x$

d. $x = 2$
 $y = 3x - 1$

a. Dado que los lados izquierdos de las dos ecuaciones tienen el mismo valor representado por y , entonces los lados derechos deben ser iguales: $3x - 2 = -2x + 8$

Resuelve para x :

$$3x - 2 = -2x + 8$$

$$3x + 2x = 8 + 2$$

$$5x = 10$$

$$\mathbf{x = 2}$$

Sustituye $x = 2$ en una de las ecuaciones originales y resuelve para y :

$$y = 3(2) - 2$$

$$\mathbf{y = 4}$$

La solución es (2, 4).

b. Como los lados izquierdos de las dos

ecuaciones tienen el mismo valor representado por y , entonces los lados derechos deben ser iguales: $-3x - 5 = 4x + 30$

Resuelve para x :

$$-3x - 5 = 4x + 30$$

$$-3x - 4x = 30 + 5$$

$$-7x = 35$$

$$\mathbf{x = -5}$$

Sustituye $x = -5$ en una de las ecuaciones originales y resuelve para y .

$$y = 4(-5) + 30$$

$$\mathbf{y = 10}$$

La solución es (-5, 10).

c. Como los lados izquierdos de las dos ecuaciones tienen el mismo valor representado por y , entonces los lados derechos deben ser iguales: $2x - 9 = 4 + 2x$

Resuelve para x .

$$2x - 9 = 4 + 2x$$

$$2x - 2x = 4 + 9$$

$$0 = 13 \quad \text{Esta no es una afirmación verdadera.}$$

Sin solución.

d. El valor de x es el mismo en ambas ecuaciones. Dado que $\mathbf{x = 2}$, sustituya 2 por x en la ecuación $y = 3x - 1$ y resuelve para y .

$$y = 3(2) - 1$$

$$\mathbf{y = 5}$$

La solución es (2, 5).

Comente estas preguntas con su estudiante:

- ¿Qué otra estrategia podrías haber usado para resolver los sistemas de ecuaciones?
- Suponiendo que uno de los sistemas de ecuaciones tuvo una infinidad de soluciones, ¿cómo lo habrías sabido?

Lección 16

Clare y su hermano juegan un partido en el que ganan el mismo número de puntos por cada gol y pierden el mismo número de puntos por cada penalti. Clare gana 6 goles y tiene 3 penaltis, terminando el partido con 6 puntos. Su hermano gana 8 goles y tiene 9 penaltis y termina el partido

Supongamos que x representa el número de puntos para cada gol, e y representa el número de puntos para cada penalti. Clare tiene 6 goles y 3 penaltis por un total de 6 puntos. Así que 6 veces los puntos por cada gol, x , y 3 veces los puntos por cada penalti, y , tiene una suma de 6.

con -22 puntos. Escribe un sistema de ecuaciones para modelar este escenario. Define las variables que elijas usar. Sin resolver el sistema, interpreta lo que la solución al sistema te diría sobre el escenario.

$$6x + 3y = 6$$

Su hermano tiene 8 goles y 9 penaltis por un total de -22 puntos. Así que 8 veces los puntos por cada gol, x , y 9 veces los puntos por cada penalti, y , tiene un total de -22.

$$8x + 9y = -22$$

El sistema de ecuaciones es:

$$6x + 3y = 6$$

$$8x + 9y = -22$$

El valor de x en la solución del sistema te dice el número de puntos que ganaste por cada gol, y el valor de y te dice el número de puntos que perdiste por cada penalti.

Comente estas preguntas con su estudiante:

- ¿Cómo podrías encontrar la solución para este problema?
- Si alguien te dijera que la solución al problema es (3,1), ¿estarías de acuerdo? ¿Por qué sí o por qué no?

Respuestas de ejemplo a las preguntas de discusión

Puede haber varias respuestas.

- ¿Cómo es probable que Clare haya verificado la solución para saber que no es correcta?
 - *Es probable que Clare haya sustituido el valor de x y de su solución en la ecuación original para hacer sus cálculos. Dado que el resultado no fue una afirmación verdadera, ella se dio cuenta de que la solución era incorrecta.*
- ¿Cómo podría haber llegado Clare a una solución de otra manera?
 - *Para obtener la tercera línea de la solución, Clare podría haber reunido todos los términos similares con variables en un lado de la ecuación y las constantes al otro lado para obtener $24y - 4y - 9y = -5 - 60$. Al simplificarlo, obtendría $11y = -65$ en la línea siguiente.*
- ¿Cuántas soluciones tendría la ecuación si hay solamente constantes en el lado derecho? ¿Cómo lo sabes?
 - *La ecuación tendría una solución si solo hubiera constantes en el lado derecho porque se puede considerar el coeficiente a la derecha como 0 y eso significa que los coeficientes son diferentes en cada lado. Al simplificar la ecuación, habría una variable en un lado y una constante al otro lado, por lo que daría una solución.*

- Explica otra manera para determinar el número de soluciones que tiene una ecuación, aparte de observar la estructura.
 - *Resolver la ecuación es otra manera para determinar el número de soluciones. Si hay un valor para la variable, tal como $x = 2$, entonces la ecuación tiene una solución. Si la ecuación no es una afirmación verdadera, tal como $0 = 2$, entonces no hay solución. Si la ecuación se simplifica con la misma constante o el mismo coeficiente en ambos lados, tal como $2 = 2$ o $x = x$, entonces hay infinitas soluciones.*

- ¿Cómo puedes confirmar que $(-2, 0)$ es la solución del sistema de ecuaciones?
 - *Para confirmar que $(-2, 0)$ es la solución del sistema de ecuaciones, sustituye -2 por x y 0 por y en cada ecuación y simplifícalas. Cada ecuación debe resultar como una afirmación verdadera.*

- ¿Qué otra estrategia podrías haber usado para resolver los sistemas de ecuaciones?
 - *Cada sistema podría haber sido graficado en el mismo plano de coordenadas. El punto de intersección del sistema es la solución. Las líneas en la gráfica del sistema que no tienen solución estarían paralelas para que nunca puedan intersectarse.*

- Suponiendo que uno de los sistemas de ecuaciones tuvo una infinidad de soluciones, ¿cómo lo habrías sabido?
 - *Si un sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones, la misma constante o variable estaría en ambos lados de la ecuación, por ejemplo $2 = 2$ o $x = x$.*

- ¿Cómo podrías encontrar la solución para este problema?
 - *Si el sistema de ecuaciones está graficado en el mismo plano de coordenadas, la intersección de las líneas es la solución. Esto tendría el resultado de un valor x que representa el número de puntos para un gol, y un valor y que representa el número de puntos para un penalti.*

- Si alguien te dijera que la solución al problema es $(3,1)$, ¿estarías de acuerdo? ¿Por qué sí o por qué no?
 - *No estoy de acuerdo porque el par ordenado $(3,1)$ no hace que cada ecuación sea verdadera. Esperaría que el valor de x fuera positivo, y el valor de y fuera negativo y que su hermano tuviera un total negativo. Dado que el coeficiente de y es mayor que el coeficiente de x en la ecuación de su hermano, esperararía que el valor de y fuera el valor negativo.*