Amplify Math

Unit 5 Caregiver Support

Unit Overview + Narrative Connections

In the first half of this unit students will be determining what makes a function. They will analyze graphs and tables of data to identify the key parts of a function and what they mean. Once they know how to read and write a function, they will apply their knowledge to working with 3D shapes (cylinders, cones, and spheres). They will synthesize their learning about functions and volume in a Capstone lesson at the end of the unit where they must find the volume of the empty space in a canister of tennis balls.

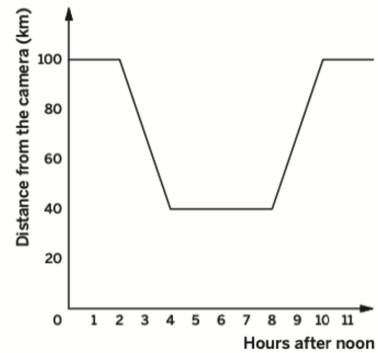
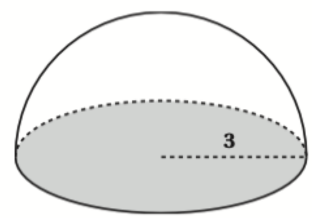
Prior Learning	Current Learning	Future Learning
• Volume of right rectangular prisms • Proportional relationships • Rates of change • Slope	• Linear functions • Piecewise functions • Volume of cylinders • Volume of cones • Volume of spheres	• Linear models for nonlinear data • Quadratic functions • Exponential functions

Key Ideas

- A *function* is a rule that assigns exactly one output value to each possible input value.
- The volume of a cone is one third the volume of a cylinder, if the cone and cylinder have the same radius and height.
- If two dimensions are scaled by a, the volume is scaled by a^2.

Vocabulary

function	A rule that assigns exactly one output to each possible input
dependent variable	Represents the output of a function
independent variable	Represents the input of a function
linear function	A linear relationship which assigns exactly one output to every possible input

piecewise function	A function with multiple line segments	
hemisphere	Half of a sphere	

Example Problems + Discussion Prompts

<u>Sub-Unit 1</u>

Problem	Sample Solution
Lesson 3 Eleanor went to the store to purchase some snacks. A bag of spicy chips is \$1.50 each and a package of cookies is \$3 each. Eleanor spent \$15 on snacks. Let *s* represent the number of bags of spicy chips Eleanor buys. Let *c* represent the number of packages of cookies Eleanor buys. a) Write an equation that relates the two variables in this problem. b) Rewrite your equation (if needed) so that *s* is the dependent variable and *c* is the independent variable.	a) Each bag of spicy chips costs \$1.50, the total cost for spicy chips would be written as: $1.5s$ Each package of cookies costs \$3, the total cost for cookies would be written as: $3c$ The total amount spent was \$15, so we could show the equation as: **$15 = 3c + 1.5s$** b) In order for *s* to be dependent on *c*, we need to write an equation where *s* is the solution and *c* is the variable that is adjusted based on how many packages of cookies Eleanor buys. To do that, we have to solve the equation for the variable *s*: $15 = 3c + 1.5s$ $15 - 3c = 1.5s$

Now, we need to divide both sides of the equation by 1.5 to get s alone:
$15 \div 1.5 = 10$
$3c \div 1.5 = 2c$

So our final solution is:
$\boldsymbol{s = 10 - 2c}$

Discuss this question with your student:

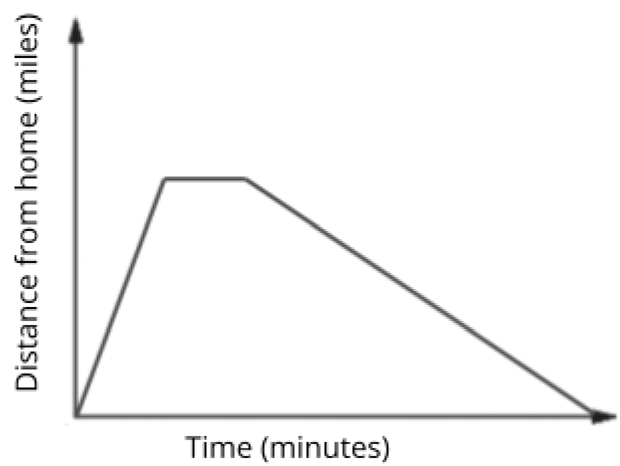
- How would you solve part b differently if it had asked for you to write the equation with *c* as the dependent variable and *s* as the independent variable?

Lesson 6

Wesley decided to take his dog, Bernie, for a walk. He left his house and jogged 2 miles down the road away from his house. Then he needed to stop and drink some water so he stood still for 3 minutes. At that point he was tired and so was Bernie so they decided to start walking back toward the house.

Sketch a graph of Wesley and Bernie's distance from home, in miles, as a function of time, in minutes. Label the axes appropriately. You do not need to include coordinates of points on your graph.

To graph this we will need to graph a piecewise function. Since Wesley was jogging in the beginning we want to show that the line is steeper. Then, we use a line parallel to the x-axis to show that Wesley and Bernie stopped moving. As we model Wesley and Bernie returning home, we make the line less steep to show that they are moving at a slower rate.



Discuss these questions with your student:

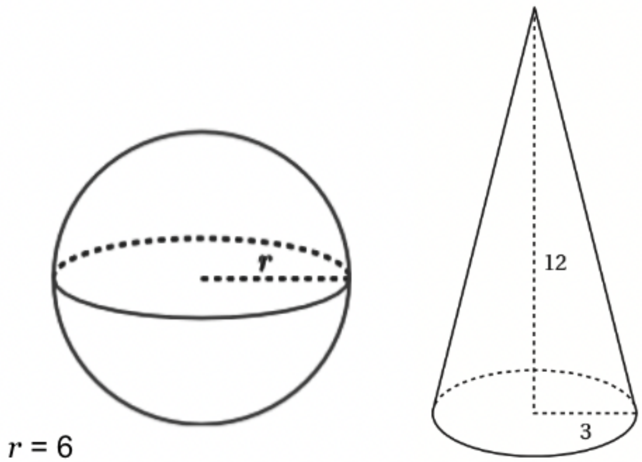
- How would the graph look different if Wesley and Bernie had jogged home after their water break?
- How do you know when to draw a line parallel to the x-axis?

Sub-Unit 2

<table>
<tr><th>Problem</th><th>Sample Solution</th></tr>
<tr><td>

Lesson 17
What is the approximate difference between the volume of the sphere and the volume of the cone? Leave your answer in terms of Pi.
The radius of the sphere is 6 units.

*images not drawn to scale



</td><td>

To answer this question we need to find the volume of each 3D figure.

Sphere: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

V = $\frac{4}{3}\pi(6)^3$

V = $\frac{4}{3}\pi(216)$

Volume of the Sphere: 288π

Cone: V = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

V = $\frac{1}{3}\pi(3)^2(12)$

V = $\frac{1}{3}\pi(108)$

Volume of Cone: 36π

The difference between the volumes of the two shapes is 288π - 36π = **252**π

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Discuss this question with your student:
● Do we always leave pi in the answer? Why or why not?

</td></tr>
<tr><td>

Lesson 14
A cylinder has a volume of 51 cm^3. What is the volume of a cone with the same radius and height?

</td><td>

The volume of a cylinder is three times the volume of a cone with the same dimensions. Therefore, the volume of the cone would be ⅓ the volume of the cylinder.

$\frac{51}{3} = 17$

The volume of the cylinder is 17cm^3.

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Discuss this question with your student:
● How would the answer change if the cylinder had a volume of 51 ft^3?

</td></tr>
</table>

Lesson 13 A cylinder has a radius of 4 and a volume of 80π ft^3. What is the height of the cylinder?	The formula for the volume of a cylinder is: V = $\pi r^2 h$ If the radius is 4, then r^2=16 $\pi(16)h = 80\pi$ Divide both sides by pi: $16h = 80$ $\frac{80}{16} = 5$ **The height of the cylinder is 5 ft.**
Discuss these questions with your student: ● Why did we divide 80 by 16? ● Would we use the same process if we had been given the height instead of the radius?	

Sample Answers to Discussion Questions

Answers may vary.

- How would you solve part b differently if it had asked for you to write the equation with *c* as the dependent variable and *s* as the independent variable?
  - *To make c the dependent variable you would need to solve for c in the original equation.*

- How would the graph look different if Wesley and Bernie had jogged home after their water break?
  - *If they jogged home after the water break, the line with a negative slope would be more steep to represent the fact that they were moving quickly.*

- How do you know when to draw a line parallel to the x-axis?
  - *This happens when someone is not moving. So, when Wesley and Bernie stopped walking to take their water break, there was a line parallel to the x-axis.*

- Do we always leave pi in the answer? Why or why not?
  - *No. We can get an estimated solution by multiplying by 3.14 instead of leaving pi in our answer. However, since pi is an irrational number it is more accurate to just use the pi symbol.*

- How would the answer change if the cylinder had a volume of 51 ft^3?
  - *The only thing that would change would be the units of measurement in the answer. So instead of 17cm^3 it would be 17ft^3*

- Why did we divide 80 by 16?
  - *We divided 80 by 16 because we were solving for h. We needed to know 16 (?) = 80. The answer was 5.*

- Would we use the same process if we had been given the height instead of the radius?
  - *No. If we had been given the height instead of the radius we would be looking for the square root of a number.*

Apoyo para cuidadores/as, Unidad 5

Vista general de la unidad + Conexiones narrativas

En la primera mitad de esta unidad, los estudiantes determinarán qué hace a una función. Analizarán gráficas y tablas de datos para identificar las partes claves de una función y lo que significan. Una vez que sepan cómo leer y escribir una función, aplicarán sus conocimientos para trabajar con formas 3D (cilindros, conos y esferas). Van a sintetizar su aprendizaje sobre funciones y volumen en una lección de culminación al final de la unidad donde deben encontrar el volumen del espacio vacío en una lata de pelotas de tenis.

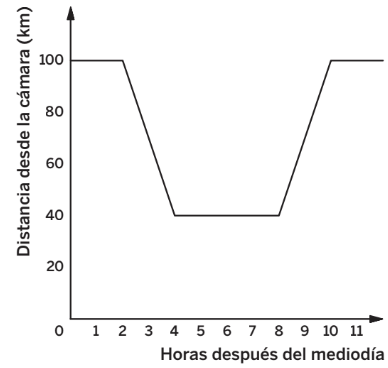
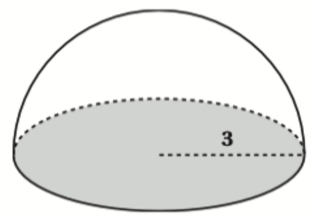
Aprendizaje previo	Aprendizaje actual	Aprendizaje futuro
• Volumen de prismas rectangulares rectos • Relaciones proporcionales • Tasas de cambio • Pendiente	• Funciones lineales • Funciones definidas a trozos • Volumen de cilindros • Volumen de conos • Volumen de esferas	• Modelos lineales para datos no lineales • Funciones cuadráticas • Funciones exponenciales

Ideas clave

- Una *función* es una regla que asigna exactamente un valor de salida a cada valor de entrada posible.
- El volumen de un cono es un tercio del volumen de un cilindro, si el cono y el cilindro tienen el mismo radio y altura.
- Si dos dimensiones están escaladas por a, el volumen está escalado por a^2.

Vocabulario

función	Una regla que asigna exactamente una salida a cada entrada posible
variable dependiente	Representa la salida de una función
variable independiente	Representa la entrada de una función

función lineal	Una relación lineal que asigna exactamente una salida a cada entrada posible	
función definida a trozos	Una función con múltiples segmentos lineales	
hemisferio	La mitad de una esfera	

Problemas de ejemplo + Temas de discusión

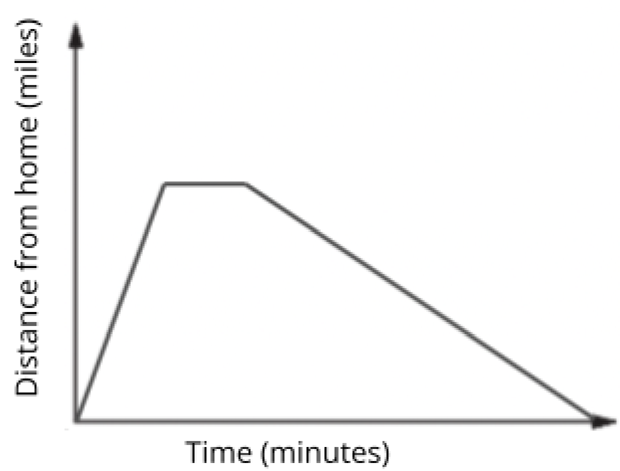
<u>Subunidad 1</u>

Problema	Solución de ejemplo
Lección 3 Eleanor fue a la tienda a comprar algunos bocadillos. Una bolsa de papitas picantes cuesta \$1.50 cada una y un paquete de galletas cuesta \$3 cada uno. Eleanor gastó \$15 en bocadillos. Hagamos que *s* represente el número de bolsas de papas fritas picantes que Eleanor compra. Hagamos que *c* represente el número de paquetes de galletas que Eleanor compra. a) Escribe una ecuación que relacione las dos variables en este problema. b) Reescribe la ecuación (si es necesario) de modo que *s* sea la variable dependiente y *c* sea la variable independiente.	a) Si cada bolsa de papitas picantes cuesta \$1.50, el costo total de los chips picantes se escribiría como: 1.5 *s* Si cada paquete de galletas cuesta \$3, el costo total de las galletas se escribiría como: 3*c* La cantidad total gastada fue de \$15, por lo que podríamos mostrar la ecuación como: **15 = 3*c* + 1.5*s*** b) Para que *s* dependa de *c*, necesitamos escribir una ecuación donde *s* es la solución y *c* es la variable que se ajusta en función de cuántos paquetes de galletas compra Eleanor.

	Para hacer eso, tenemos que resolver la ecuación para la variable *s*: $15 = 3c + 1.5s$ $15 - 3c = 1.5s$ Ahora, necesitamos dividir ambos lados de la ecuación por 1.5 para obtener *s* solo: $15 \div 1.5 = 10$ $3c \div 1.5 = 2c$ Entonces nuestra solución final es: $\boldsymbol{s = 10 - 2c}$

Comente estas preguntas con su estudiante:

- ¿Cómo resolverías la parte b de manera diferente si te hubieran pedido que escribieras la ecuación con *c* como la variable dependiente y *s* como la variable independiente?

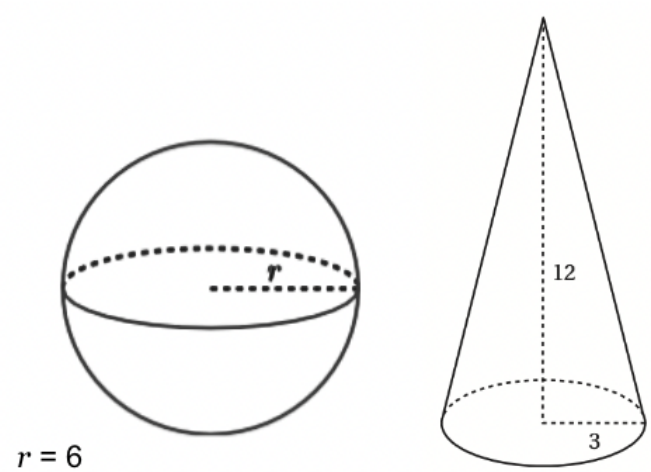
Lección 6 Wesley decidió llevar a su perro, Bernie, a dar un paseo. Salió de su casa y trotó 2 millas por el camino lejos de su casa. Luego tuvo que detenerse y beber un poco de agua, por lo que permaneció inmóvil durante 3 minutos. En ese momento estaba cansado y Bernie también, por lo que decidieron comenzar a caminar de regreso a la casa. Dibuja una gráfica de la distancia desde casa de Wesley y Bernie, en millas, en función del tiempo, en minutos. Etiqueta los ejes apropiadamente. No necesitas incluir coordenadas de puntos en tu gráfica.	Para graficar esto, necesitaremos graficar una función definida a trozos. Como Wesley estaba trotando al principio, queremos mostrar que la línea es más inclinada. Luego, usamos una línea paralela al eje x para mostrar que Wesley y Bernie dejaron de moverse. A medida que modelamos el regreso de Wesley y Bernie a casa, hacemos que la línea sea menos inclinada para mostrar que se están moviendo a un ritmo más lento. 

Comente estas preguntas con su estudiante:

- ¿De qué manera se vería diferente la gráfica si Wesley y Bernie hubieran trotado a casa después de tomar agua?

- ¿Cómo sabes cuándo dibujar una línea paralela al eje x?

Subunidad 2

Problema	Solución de ejemplo
Lección 17 ¿Cuál es la diferencia aproximada entre el volumen de la esfera y el volumen del cono? Responde en términos de Pi. El radio de la esfera es de 6 unidades. *imágenes no dibujadas a escala 	Para responder esta pregunta necesitamos encontrar el volumen de cada figura 3D. Esfera: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ V = $\frac{4}{3}\pi(6)^3$ V = $\frac{4}{3}\pi(216)$ Volumen de la esfera: 288π Cono: V = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ V = $\frac{1}{3}\pi(3)^2(12)$ V = $\frac{1}{3}\pi(108)$ Volumen del cono: 36π La diferencia entre los volúmenes de las dos formas es 288π - 36π = **252**π
Comente estas preguntas con su estudiante: ● ¿Siempre dejamos pi en la respuesta? ¿Por qué sí o por qué no?	
Lección 14 Un cilindro tiene un volumen de 51 cm^3. ¿Cuál es el volumen de un cono con el mismo radio y altura?	El volumen de un cilindro es tres veces el volumen de un cono de las mismas dimensiones. Por lo tanto, el volumen del cono sería ⅓ del volumen del cilindro.

	$\frac{51}{3} = 17$ **El volumen del cilindro es de 17cm^3.**
Comente estas preguntas con su estudiante: ● ¿Cómo cambiaría la respuesta si el cilindro tuviera un volumen de 51 ft^3?	
Lección 13 Un cilindro tiene un radio de 4 y un volumen de 80 π ft^3. ¿Cuál es la altura del cilindro?	La fórmula del volumen de un cilindro es: V = $\pi r^2 h$ Si el radio es 4, entonces r^2=16 $\pi(16)h$ = 80π Divide ambos lados por pi: $16h = 80$ $\frac{80}{16} = 5$ **La altura del cilindro es de 5ft.**
Comente estas preguntas con su estudiante: ● ¿Por qué dividimos 80 por 16? ● ¿Usaríamos el mismo proceso si nos hubieran dado la altura en lugar del radio?	

Respuestas de ejemplo a las preguntas de discusión

Puede haber varias respuestas.

- ¿Cómo resolverías la parte b de manera diferente si te hubieran pedido que escribieras la ecuación con *c* como la variable dependiente y *s* como la variable independiente?
  - *Para hacer de c la variable dependiente, necesitarías resolver para c en la ecuación original.*

- ¿De qué manera se vería diferente la gráfica si Wesley y Bernie hubieran trotado a casa después de tomar agua?
  - *Si trotaron a casa después del descanso para tomar agua, la línea con una pendiente negativa sería más empinada para representar el hecho de que se estaban moviendo rápidamente.*

- ¿Cómo sabes cuándo dibujar una línea paralela al eje x?
  - *Esto sucede cuando alguien no se está moviendo. Entonces, cuando Wesley y Bernie dejaron de caminar para tomar agua, había una línea paralela al eje x.*

- ¿Siempre dejamos pi en la respuesta? ¿Por qué sí o por qué no?
  - *No. Podemos obtener una solución estimada multiplicando por 3.14 en lugar de dejar pi en nuestra respuesta. Sin embargo, dado que pi es un número irracional, es más preciso usar solo el símbolo pi.*

- ¿Cómo cambiaría la respuesta si el cilindro tuviera un volumen de 51 ft^3?
  - *Lo único que cambiaría serían las unidades de medida en la respuesta. Así que en lugar de 17 cm^3 serían 17 ft^3*

- ¿Por qué dividimos 80 por 16?
  - *Dividimos 80 por 16 porque estábamos resolviendo para h. Necesitábamos saber 16 (?) = 80. La respuesta era 5.*

- ¿Usaríamos el mismo proceso si nos hubieran dado la altura en lugar del radio?
  - *No. Si nos hubieran dado la altura en lugar del radio estaríamos buscando la raíz cuadrada de un número.*